

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

СЕРІЯ «ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРОВЕДЕННЯ
тестового контролю знань з вищої математики за темою
«ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ»**

для викладачів та студентів усіх спеціальностей
факультетів: МТ, МБ, ЕМБ, Е, АП, КІТ, ТОР, ТНР.

Затверджено
редакційною-видавничою
радою університету,
протокол № 1 від 30.01.2018.

Харків
НТУ «ХПІ»
2018

Методичні вказівки до проведення тестового контролю знань з вищої математики за темою «Диференціальне числення функції однієї змінної» для студентів усіх спеціальностей факультетів : МТ, МБ, ЕМБ, Е, АП, КІТ, ТОР, ТНР / уклад. А. М. Гайдаш. – Харків : НТУ «ХП», 2018. – 80 с.

Укладач А. М. Гайдаш

Рецензент проф. Чікіна Н. О.

Кафедра вищої математики

ВСТУП

Представлені методичні вказівки є продовженням серії методичних видань, започаткованої на кафедрі вищої математики НТУ «ХПІ» та присвяченої тестуванню студентів з різних розділів курсу математики.

Методичні вказівки включають тестові завдання з теми «Диференційне числення однієї змінної». Для успішного засвоєння цієї теми студенти повинні вивчити таблицю похідних, знати правило диференціювання, похідні і диференціали вищих порядків, правило Лопіталя, монотонність функції, екстремуми функції, опуклість графіка функції, рівняння дотичної та нормалі, а також властивості функцій. Тестові завдання присвячені перевірці таких навичок та умінь. У збірці запропоновано 50 варіантів, кожний з яких складається з 10 завдань.

Видання адресоване викладачам вищої математики НТУ «ХПІ», а також може бути використане для самостійної роботи студентів при підготовці до контрольної роботи з даної теми.

Варіант 1

1. Знайти похідні:

а) $y = 5x^2 + 3x + 4$.

Відповідь:

А. $10x + 4$; Б. $2x + 3$; В. $10x + 3$; Г. $10x - 3$.

б) $y = x^2 \cdot \sin x$.

Відповідь:

А. $2x \cos x + x^2 \sin x$; Б. $2x \sin x + x^2 \cdot \cos x$; В. $2x \sin x - x^2 \cos x$;
Г. $x \sin x + x^2 \cos x$.

в) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x-1}$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x-1) - \operatorname{tg} x$; Б. $\frac{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x-1) - \operatorname{tg} x}{(x-1)^2}$; В. $\frac{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x-1) - \operatorname{tg} x}{(x-1)}$;
Г. $\frac{(x-1) - \operatorname{tg} x}{(x-1)^2}$.

г) $y = \ln^2 \sqrt{x}$.

Відповідь:

А. $\frac{\ln \sqrt{x}}{x}$; Б. $\frac{\ln \sqrt{x}}{2x}$; В. $\frac{2 \ln \sqrt{x}}{x}$; Г. $\ln \sqrt{x}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sin x}$.

Відповідь:

А. $\left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$; Б. $x^{\sin x} \cdot \cos x \ln x$; В. $x^{\sin x} \cdot \frac{\sin x}{x}$;
Г. $x^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^2 + xy = 4$.

Відповідь:

А. $\frac{y}{2y+x}$; Б. $\frac{-y}{2y-x}$; В. $\frac{-y}{2y+x}$; Г. $\frac{x \cdot y}{2y+x}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin 2t; \\ y = \cos 3t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{-3\sin 3t}{2\cos 2t}; \quad B. \frac{3\sin 3t}{2\cos 2t}; \quad B. \frac{2\sin 3t}{3\cos 2t}; \quad \Gamma. \frac{-3\sin t}{2\cos t}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопітала $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$.

Відповідь:

$$A. 1; \quad B. 0; \quad B. 2; \quad \Gamma. -2.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 3x^2 + 6x + 1$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; -1); \quad B. (-1; +\infty); \quad B. (0; +\infty); \quad \Gamma. (-1; 1).$$

7. Знайти точки перегину $y = 2 - 4x^2 + 2x^3$.

Відповідь:

$$A. \frac{2}{3}; \quad B. \frac{3}{2}; \quad B. -\frac{2}{3}; \quad \Gamma. 2.$$

Варіант 2

1. Знайти похідні:

а) $y = 3x^2 + 2x + 1$.

Відповідь:

$$A. 6x + 1; \quad B. 3x + 2; \quad B. 6x - 2; \quad \Gamma. 6x + 2.$$

б) $y = x^3 \cdot \cos x$.

Відповідь:

$$A. 2x^2 \cos x + x^3 \sin x; \quad B. 3x^2 \cos x - x^3 \sin x; \quad B. 2x^3 \cos x - x^3 \sin x; \\ \Gamma. 3x^2 \cos x - x^3 \cos x.$$

в) $y = \frac{e^x}{x^2 - 1}$.

Відповідь:

$$A. \frac{e^x(x^2 - 2x - 1)}{(x^2 - 1)^2}; \quad B. \frac{e^x(x^2 - 2x)}{(x^2 - 1)^2}; \quad B. \frac{(x^2 - 2x - 1)}{(x^2 - 1)^2};$$

$$\Gamma. \frac{e^x(x^2 - 2x - 1)}{(x^2 + 1)^2}.$$

г) $y = 5^{\sin \sqrt{x}}$.

Відповідь:

$$A. \frac{5^{\sin \sqrt{x}} \cdot \cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}; \quad B. \frac{5^{\sin \sqrt{x}} \cdot \ln 5 \cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}; \quad B. \frac{5^{\sin \sqrt{x}} \cdot \ln 5 \cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}};$$
$$\Gamma. \frac{5^{\sin \sqrt{x}} \cdot \ln 5}{2\sqrt{x}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\sin x)^{x^2}$.

Відповідь:

$$A. (\sin x)^{x^2} \cdot (2x \ln \sin x + x^2 \operatorname{ctg} x); \quad B. (2x \cdot \ln \sin x + x^2 \operatorname{ctg} x);$$
$$B. (\sin x)^{x^2} \cdot (\ln \sin x + x^2); \quad \Gamma. (\sin x) \cdot (2x \ln \sin x + x^2 \operatorname{ctg} x).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $e^x y + x \cdot e^y = 4$.

Відповідь:

$$A. \frac{e^x y + e^y}{e^x + x e^y}; \quad B. \frac{-e^x y - e^y}{e^x + x e^y}; \quad B. \frac{-e^x y - e^y}{e^x - x e^y}; \quad \Gamma. \frac{-e^x - e^y}{e^x + x e^y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \ln t; \\ y = t^2. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{1}{t}; \quad B. 2t; \quad B. t^2; \quad \Gamma. 2t^2.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{1 - \cos x}$.

Відповідь:

$$A. \infty; \quad B. 1; \quad B. 0; \quad \Gamma. 2.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 2\sqrt{x} - 3x$.

Відповідь:

$$A. (0; 1); \quad B. \left(-\frac{1}{9}; 0\right); \quad B. \left(0; \frac{1}{9}\right); \quad \Gamma. (0; +\infty).$$

7. Знайти точки перегину $y = 5x^3 - 2x^2 + 4x$.

Відповідь:

$$A. \frac{15}{2}; \quad B. \frac{2}{15}; \quad B. 2; \quad \Gamma. 15.$$

Варіант 3

1. Знайти похідні:

а) $y = \sqrt{x} + 3x^2 + 4$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + x$; Б. $2\sqrt{x} + 6x$; В. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 6x$; Г. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 6$.

б) $y = e^x \cdot x^3$.

Відповідь:

А. $e^x \cdot (x^3 + 3x^2)$; Б. $e^x \cdot (x^3 - 3x^2)$; В. $(x^3 + 3x^2)$; Г. $e^x \cdot (x^3 + 2x^2)$.

в) $y = \frac{\ln x}{x}$.

Відповідь:

А. $\frac{1 + \ln x}{x^2}$; Б. $\frac{1 - \ln x}{x}$; В. $\frac{\ln x}{x^2}$; Г. $\frac{1 - \ln x}{x^2}$.

г) $y = \operatorname{tg}^3 x$.

Відповідь:

А. $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x}$; Б. $-\frac{3\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x}$; В. $\frac{3\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x}$; Г. $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{\sin^2 x}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\sqrt{x})^{\sin x}$.

Відповідь:

А. $\left(\cos x \ln \sqrt{x} + \frac{\sin x}{2x} \right)$; Б. $(\sqrt{x})^{\sin x} \cdot \left(\cos x + \frac{\sin x}{2x} \right)$;
В. $(\sqrt{x})^{\sin x} (\cos x \ln \sqrt{x} + \sin x)$; Г. $(\sqrt{x})^{\sin x} \left(\cos x \ln \sqrt{x} + \frac{\sin x}{2x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y \sin x + x \cos y = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{y \cos x + \cos y}{\sin x - x \sin y}$; Б. $\frac{-y \cos x - \cos y}{\sin x - x \sin y}$; В. $\frac{-y \cos x - \cos y}{\sin x + x \sin y}$;
Г. $\frac{-\cos x + \cos y}{\sin x - x \sin y}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = t^2 - t; \\ y = 1 - t^3. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{-3t}{2t-1}; \quad B. \frac{-3t^2}{2t+1}; \quad B. \frac{3t^2}{2t-1}; \quad \Gamma. \frac{-3t^2}{2t-1}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{\sin x}$.

Відповідь:

$$A. 0; \quad B. 6; \quad B. \infty; \quad \Gamma. 3.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 5x^2 + 4x - 2$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right); \quad B. -\frac{2}{5}; \quad B. \left(-\frac{2}{5}; +\infty\right); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

7. Знайти точки перегину $y = 3x^3 - 2x^2 + 4x$.

Відповідь:

$$A. 9; \quad B. \frac{9}{2}; \quad B. \frac{2}{9}; \quad \Gamma. 2.$$

Варіант 4

1. Знайти похідні:

а) $y = 6x^3 + 3x^4 - 2$.

Відповідь:

$$A. x^2 + x^3; \quad B. 18x^2 + x^3; \quad B. 18x^2 + 12x^3; \quad \Gamma. x^2 + 12x^3.$$

б) $y = x^2 \cdot 5^x$.

Відповідь:

$$A. 5^x \cdot (2x + x^2 \ln 5); \quad B. (2x + x^2 \ln 5); \quad B. 5^x \cdot (2x - x^2 \ln 5);$$

$$\Gamma. 5^x \cdot (2x + x^2).$$

в) $y = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$.

Відповідь:

$$A. \frac{\cos x(x^2 + 1) + 2x \sin x}{(x^2 + 1)^2}; \quad B. \frac{\cos x(x^2 + 1) - 2x \sin x}{(x^2 + 1)};$$

$$B. \frac{\cos x(x^2 + 1) + x \sin x}{(x^2 + 1)^2}; \quad \Gamma. \frac{\cos x(x^2 + 1) - 2x \sin x}{(x^2 + 1)^2}.$$

г) $y = \arccos^3 x$.

Відповідь:

A. $\frac{3\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}}$; Б. $\frac{-3\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}}$; В. $\frac{-3\arccos^2 x}{\sqrt{1+x^2}}$; Г. $\frac{-3\arccos^3 x}{\sqrt{1-x^2}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\cos x)^{\sqrt{x}}$.

Відповідь:

A. $(\cos x)^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln \cos x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x \right)$; Б. $(\cos x)^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln \cos x}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x \right)$;

В. $\left(\frac{\ln \cos x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x \right)$; Г. $(\cos x)^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln \cos x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot \operatorname{ctg} x \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^3 x^2 + x + y^2 = 0$.

Відповідь:

A. $\frac{2xy^3 + 1}{3y^2 x^2 + 2y}$; Б. $\frac{-2xy^3 - 1}{3y^2 x^2}$; В. $\frac{-2xy^3 - 1}{3y^2 x^2 + 2y}$; Г. $\frac{-2xy^3}{3y^2 x^2 + 2y}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \ln \sqrt{t}; \\ y = t^2. \end{cases}$

Відповідь:

A. $4t^2$; Б. t^2 ; В. $\frac{1}{4t^2}$; Г. $2t$.

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - e^x - e^{-x}}{1 - \cos x}$.

Відповідь:

A. 2; Б. -2; В. 1; Г. ∞ .

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 7x^2 - 7x + 2$.

Відповідь:

A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$; Б. $(-\infty; +\infty)$; В. $\frac{1}{2}$; Г. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

7. Знайти точки перегину $y = 2x - 4x^2 + 3x^3$.

Відповідь:

A. $\frac{9}{4}$; Б. $-\frac{4}{9}$; В. $\frac{4}{9}$; Г. 4.

Варіант 5

1. Знайти похідні:

а) $y = 5x^4 + 2x^3 - 1$.

Відповідь:

А. $20x^3 + 6x^2 - 1$; Б. $20x^3 - 6x^2$; В. $x^3 + x^2$; Г. $20x^3 + 6x^2$.

б) $y = (x+1) \cdot e^x$.

Відповідь:

А. $e^x + (x+2)$; Б. $(x+2)$; В. $e^x \cdot (x+2)$; Г. $e^x \cdot (x+1)$.

в) $y = \frac{3^x}{x^2 - 1}$.

Відповідь:

А. $\frac{3^x \cdot (x^2 - 1) - 3^x \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2}$; Б. $\frac{3^x \ln 3(x^2 - 1) - 3^x \cdot 2x}{(x^2 - 1)}$; В. $\frac{3^x \cdot (x^2 - 1) - 3^x}{(x^2 - 1)^2}$;

Г. $\frac{3^x \ln 3(x^2 - 1) + 3^x \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2}$.

г) $y = \arcsin^5 x$.

Відповідь:

А. $\frac{\arcsin^4 x}{\sqrt{1-x^2}}$; Б. $\frac{5\arcsin^4 x}{\sqrt{1-x^2}}$; В. $\frac{5\arcsin^4 x}{\sqrt{1+x^2}}$; Г. $\frac{5\arccos^4 x}{\sqrt{1-x^2}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\ln x)^{x^2}$.

Відповідь:

А. $(\ln x)^{x^2} \left(2x \ln \ln x + \frac{x}{\ln x} \right)$; Б. $(\ln x)^{x^2} \left(\ln \ln x + \frac{x}{\ln x} \right)$;

В. $\left(2x \ln \ln x + \frac{x}{\ln x} \right)$; Г. $(\ln x)^{x^2} (2x \ln \ln x)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^2 \cdot \sin x + \cos y = 1 + 2x$.

Відповідь:

А. $\frac{2 - y^2 \cdot \cos y}{2y \cdot \sin x - \sin y}$; Б. $\frac{2 - y^2 \cdot \cos y}{2y \cdot \sin x + \sin y}$; В. $\frac{2 + y^2 \cdot \cos y}{2y \cdot \sin x - \sin y}$;

Г. $\frac{-y^2 \cdot \cos y}{2y \cdot \sin x - \sin y}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \sin t. \end{cases}$

Відповідь:

А. $3 \cdot \cos^3 t$; Б. $\cos^3 t$; В. $-\cos^3 t$; Г. $\sin^3 t$.

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{\sin x}$.

Відповідь:

А. $\ln 2$; Б. $\ln 2 - \ln 3$; В. $\ln 3$; Г. 0.

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x^2}{x-3}$.

Відповідь:

А. $(-\infty; 0) \cup (6; +\infty)$; Б. $(-\infty; 0)$; В. $(6; +\infty)$; Г. $(0; 6)$.

7. Знайти точки перегину $y = 5x - 3x^2 + 4x^3$.

Відповідь:

А. 4; Б. $\frac{1}{4}$; В. $-\frac{1}{4}$; Г. 1.

Варіант 6

1. Знайти похідні:

а) $y = 4 - 2x + x^3$.

Відповідь:

А. $3x^2 + 2$; Б. $3x^2 - 2$; В. $3x^2$; Г. $6x^2 - 2$.

б) $y = x^5 \cdot \cos x$.

Відповідь:

А. $5x^4 \cos x - x^5 \sin x$; Б. $5x^4 \cos x + x^5 \sin x$; В. $x^4 \cos x - x^5 \sin x$;
Г. $5x^4 \cos x - x^5$.

в) $y = \frac{\ln x}{x^2}$.

Відповідь:

А. $\frac{x + 2 \ln x}{x^3}$; Б. $\frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$; В. $\frac{x - 2 \ln x}{x^3}$; Г. $\frac{x - 2 \ln x}{x^4}$.

г) $y = \operatorname{tg}(x^2 + 1)$.

Відповідь:

$$A. \frac{-2x}{\cos^2(x^2+1)}; \quad B. \frac{2x}{\sin^2(x^2+1)}; \quad B. \frac{x}{\cos^2(x^2+1)}; \quad \Gamma. \frac{2x}{\cos^2(x^2+1)}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sqrt{x}}$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right); \quad B. x^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right); \quad B. x^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x^2} \right);$$
$$\Gamma. x^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^3 y + y^2 \ln x = 6$.

Відповідь:

$$A. \frac{3x^3 y + y^2}{x(x^3 + 2y \ln x)}; \quad B. \frac{-3x^3 y - y^2}{x(x^3 + 2y \ln x)}; \quad B. \frac{-3x^3 y + y^2}{x(x^3 + 2y \ln x)};$$
$$\Gamma. \frac{3x^3 y - y^2}{x(x^3 + 2y \ln x)}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arctgt; \\ y = t^2 + 1. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. 2t + 2t^3; \quad B. t + t^3; \quad B. 2t + 2t^2; \quad \Gamma. t + 2t^3.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8}$.

Відповідь:

$$A. \frac{5}{6}; \quad B. \frac{3}{4}; \quad B. \frac{1}{2}; \quad \Gamma. 0.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x^2}{x-1}$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; 0); \quad B. (0; 2); \quad B. (2; +\infty); \quad \Gamma. (-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$$

7. Знайти точки перегину $y = 6x^3 + 5x^2 + 3x + 1$.

Відповідь:

$$A. \frac{-5}{18}; \quad B. -5; \quad B. 18; \quad \Gamma. \frac{18}{5}.$$

Варіант 7

1. Знайти похідні:

а) $y = 10 - 3x + x^4$.

Відповідь:

А. $4x^3 + 3$; Б. $4x^3 - 10$; В. $-4x^3 - 3$; Г. $4x^3 - 3$.

б) $y = x^7 \cdot \operatorname{tg} x$.

Відповідь:

А. $7x^6 \operatorname{tg} x + \frac{x^7}{\cos^2 x}$; Б. $7x^6 \operatorname{tg} x + \frac{x^7}{\sin^2 x}$; В. $7x^6 + \frac{x^7}{\cos^2 x}$;

Г. $7x^6 \operatorname{tg} x - \frac{x^7}{\cos^2 x}$.

в) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^3}$.

Відповідь:

А. $\frac{-\frac{1+x^3}{1+x^2} + 3x^2 \cdot \operatorname{arctg} x}{(1+x^3)^2}$; Б. $\frac{\frac{1+x^3}{1+x^2} - 3x^2 \cdot \operatorname{arctg} x}{(1+x^3)^2}$; В. $-\frac{1+x^3}{1+x^2} - 3x^2 \cdot \operatorname{arctg} x$;

Г. $\frac{-\frac{1+x^3}{1+x^2} - 3x^2 \cdot \operatorname{arctg} x}{(1+x^3)^2}$.

г) $y = e^{\sqrt{\sin x}}$.

Відповідь:

А. $e^{\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x$; Б. $\frac{e^{\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x}{2\sqrt{\sin x}}$; В. $\frac{e^{\sqrt{\sin x}} \cdot \sin x}{2\sqrt{\sin x}}$; Г. $\frac{e^{\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x}{\sqrt{\sin x}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\cos x)^{x^3}$.

Відповідь:

А. $(\cos x)^{x^3} \cdot (3x^2 \ln \cos x - x^3 \operatorname{tg} x)$; Б. $(\cos x)^{x^3} \cdot (3x^2 \ln \cos x + x^3 \operatorname{tg} x)$;

В. $(3x^2 \ln \cos x - x^3 \operatorname{tg} x)$; Г. $(\cos x)^{x^3} \cdot (3x^2 \ln \cos x - x^3 \operatorname{ctg} x)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $3^x \cdot y + 3^y \cdot x = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{3^x \cdot \ln 3 \cdot y + 3^y}{3^x + 3^y \cdot x \cdot \ln 3}$; Б. $\frac{-3^x \cdot \ln 3 \cdot y + 3^y}{3^x + 3^y \cdot x \cdot \ln 3}$; В. $\frac{3^x \cdot \ln 3 \cdot y - 3^y}{3^x + 3^y \cdot x \cdot \ln 3}$;

$$\Gamma. \frac{-3^x \cdot \ln 3 \cdot y - 3^y}{3^x + 3^y \cdot x \cdot \ln 3}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arcsin t; \\ y = t^2 + 3. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{2t}{\sqrt{1-t^2}}; \quad B. 2t \cdot \sqrt{1-t^2}; \quad B. 2t \cdot \sqrt{1+t^2}; \quad \Gamma. t \cdot \sqrt{1-t^2}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 6^x}{\sin x}.$

Відповідь:

$$A. \ln 5 - \ln 6; \quad B. \frac{5}{6}; \quad B. 1; \quad \Gamma. 0.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 7x^2 - 2x + 4.$

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; \frac{1}{7}\right); \quad B. \left(0; \frac{1}{7}\right); \quad B. \left(\frac{1}{7}; +\infty\right); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

7. Знайти точки перегину $y = 3x^3 + 2x^2 + 4x.$

Відповідь:

$$A. -\frac{9}{2}; \quad B. -\frac{2}{9}; \quad B. 2; \quad \Gamma. 9.$$

Варіант 8

1. Знайти похідні:

а) $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4.$

Відповідь:

$$A. x^2 + 4x; \quad B. x^2 - 4x; \quad B. 2x^2 + 4x; \quad \Gamma. x^2 + x.$$

б) $y = x^2 \cdot \operatorname{tg} x.$

Відповідь:

$$A. 2x \cdot \operatorname{tg} x - \frac{x^2}{\cos^2 x}; \quad B. \operatorname{tg} x + \frac{x^2}{\cos^2 x}; \quad B. 2x \cdot \operatorname{ctg} x + \frac{x^2}{\cos^2 x};$$

$$\Gamma. 2x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{x^2}{\cos^2 x}.$$

в) $y = \frac{\sin x}{x^2 + 4}.$

Відповідь:

$A. \frac{\cos x \cdot (x^2 + 4) - 2x \sin x}{(x^2 + 4)^2}; \quad B. \cos x \cdot (x^2 + 4) - 2x \sin x;$

$B. \frac{\cos x \cdot (x^2 + 4) + 2x \sin x}{(x^2 + 4)^2}; \quad \Gamma. \frac{\cos x \cdot (x^2 + 4) - 2x \cos x}{(x^2 + 4)^2}.$

г) $y = \cos \sqrt{x}.$

Відповідь:

$A. \frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}; \quad B. \frac{-\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}; \quad B. \frac{-\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}; \quad \Gamma. \frac{-\sin \sqrt{x}}{2}.$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x + 1)^{\cos x}.$

Відповідь:

$A. \left(-\sin x \cdot \ln(x + 1) + \frac{\cos x}{x + 1} \right); \quad B. (x + 1)^{\cos x} \cdot \left(\sin x \cdot \ln(x + 1) - \frac{\cos x}{x + 1} \right);$

$B. (x + 1)^{\cos x} \cdot \left(-\sin x \cdot \ln(x + 1) + \frac{\cos x}{x + 1} \right); \quad \Gamma. (x + 1)^{\cos x} \cdot \left(-\sin x + \frac{\cos x}{x + 1} \right).$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy^3 + x^2y + 2 = 0.$

Відповідь:

$A. \frac{y^3 + 2xy}{3xy^2 + x^2}; \quad B. \frac{-y^3 - 2xy}{3xy^2 + x^2}; \quad B. \frac{-y^3 + 2xy}{3xy^2 + x^2}; \quad \Gamma. \frac{y^3 - 2xy}{3xy^2 + x^2}.$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin 3t; \\ y = \cos 3t. \end{cases}$

Відповідь:

$A. \operatorname{tg} 3t; \quad B. -\operatorname{ctg} 3t; \quad B. -\operatorname{tg} 3t; \quad \Gamma. -\operatorname{tgt}.$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2^x}{\cos x - 1}.$

Відповідь:

$A. 0; \quad B. 2; \quad B. \ln 2; \quad \Gamma. \infty.$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 6x^2 + 3x + 1.$

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right); \quad B. \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right); \quad B. \left(0; -\frac{1}{4}\right); \quad \Gamma. (0; 1).$$

7. Знайти точки перегину $y = 5 - 3x^2 + 8x^3$.

Відповідь:

$$A. 8; \quad B. \frac{1}{8}; \quad B. 1; \quad \Gamma. -\frac{1}{8}.$$

Варіант 9

1. Знайти похідні:

а) $y = \frac{1}{4}x^4 + 3x^2 + 2$.

Відповідь:

$$A. x^3 + 6x; \quad B. 4x^3 + 6x; \quad B. \frac{x^3}{4} + 6x; \quad \Gamma. x^3 + 6x + 2.$$

б) $y = x^3 \cdot \cos x$.

Відповідь:

$$A. 3x^2 \cos x + x \sin x; \quad B. 3x^2 \cos x - x \cos x; \quad B. 3x^2 \cos x - \sin x; \\ \Gamma. 3x^2 \cos x - x^3 \sin x.$$

в) $y = \frac{\cos x}{x - x^2}$.

Відповідь:

$$A. \frac{-\sin x(x - x^2) - \cos x(1 - 2x)}{(x - x^2)^2}; \quad B. \frac{\sin x(x - x^2) - \cos x(1 - 2x)}{(x - x^2)^2}; \\ B. \frac{-\sin x(x - x^2) + \cos x(1 - 2x)}{(x - x^2)^2}; \quad \Gamma. -\sin x(x - x^2) - \cos x(1 - 2x).$$

г) $y = \ln^5 x$.

Відповідь:

$$A. \frac{\ln^4 x}{x}; \quad B. 5 \ln^4 x; \quad B. \frac{5 \ln^4 x}{x}; \quad \Gamma. \frac{5 \ln^4 x}{x^2}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\operatorname{tg} x}$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{\ln x}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right); \quad B. x^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln x}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right); \quad B. x^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln x}{\cos^2 x} - \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right);$$

$$\Gamma. x^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln x}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x \cdot e^y = y \cdot e^x$.

Відповідь:

$$A. \frac{y \cdot e^x + e^y}{x \cdot e^y - e^x}; \quad B. \frac{y \cdot e^x - e^y}{x \cdot e^y + e^x}; \quad B. \frac{y \cdot e^x - e^y}{x \cdot e^y - e^x}; \quad \Gamma. \frac{e^x - e^y}{x \cdot e^y - e^x}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = t^2 - t; \\ y = t^3. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. -\frac{3t^2}{2t-1}; \quad B. \frac{6t^2}{2t-1}; \quad B. \frac{3t^2}{2t-2}; \quad \Gamma. \frac{3t^2}{2t-1}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{\sin x}$.

Відповідь:

$$A. 2; \quad B. 4; \quad B. 0; \quad \Gamma. 1.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 3x^2 + 6x - 2$.

Відповідь:

$$A. (-1; +\infty); \quad B. (-\infty; 1); \quad B. (1; -1); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

7. Знайти точки перегину $y = 10x^3 + 5x^2 + 2x$.

Відповідь:

$$A. -6; \quad B. 6; \quad B. -\frac{1}{6}; \quad \Gamma. 1.$$

Варіант 10

1. Знайти похідні:

$$a) y = \frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + 6.$$

Відповідь:

$$A. 4x^3 + 6x^2; \quad B. \frac{x^3}{4} + 6x^2; \quad B. x^3 + 6x^2; \quad \Gamma. x^3 - 6x^2.$$

$$б) y = (x^2 + 4) \cdot \sin x.$$

Відповідь:

$$A. 2x \cdot \sin x + (x^2 + 4) \cos x; \quad B. 2x \cdot \sin x - (x^2 + 4) \cos x;$$

$$B. \sin x + (x^2 + 4)\cos x; \quad \Gamma. 2x \cdot \sin x + (x^2 + 4).$$

$$\text{в)} \quad y = \frac{\cos x}{x-1}.$$

Відповідь:

$$A. -\sin x \cdot (x-1) - \cos x; \quad B. \frac{-\sin x \cdot (x-1) - \cos x}{(x-1)^2}; \quad B. \frac{\sin x \cdot (x-1) - \cos x}{(x-1)^2};$$

$$\Gamma. \frac{-\sin x \cdot (x-1) + \cos x}{(x-1)^2}.$$

$$\text{г)} \quad y = \sqrt{\cos(x^2 + 1)}.$$

Відповідь:

$$A. \frac{-2x \cdot \sin(x^2 + 1)}{2\sqrt{\cos(x^2 + 1)}}; \quad B. -x \cdot \sin(x^2 + 1); \quad B. \frac{\sin(x^2 + 1)}{\sqrt{\cos(x^2 + 1)}}; \quad \Gamma. \frac{x \cdot \sin(x^2 + 1)}{\sqrt{\cos(x^2 + 1)}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sin \frac{x}{5}}$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{1}{5} \cos \frac{x}{5} \ln x + \frac{\sin \frac{x}{5}}{x} \right); \quad B. x^{\sin \frac{x}{5}} \cdot \left(\frac{1}{5} \cos \frac{x}{5} \ln x + \frac{\sin \frac{x}{5}}{x} \right);$$

$$B. x^{\sin \frac{x}{5}} \cdot \left(\frac{1}{5} \cos \frac{x}{5} \ln x - \sin \frac{x}{5} \right); \quad \Gamma. x^{\sin \frac{x}{5}} \cdot \left(\frac{1}{5} \sin \frac{x}{5} \ln x + \frac{\sin \frac{x}{5}}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^4 x^2 + 3xy = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{2xy^4 + 3y}{4y^3 x^2 + 3x}; \quad B. \frac{-2xy^4 + 3y}{4y^3 x^2 + 3x}; \quad B. \frac{2xy^4 - 3y}{4y^3 x^2 + 3x}; \quad \Gamma. \frac{-2xy^4 - 3y}{4y^3 x^2 + 3x}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin 5t; \\ y = t^3 + 2t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{3t^2 + 2t}{5 \cos 5t}; \quad B. \frac{6t^2 + 2}{5 \cos 5t}; \quad B. \frac{3t^2 + 2}{5 \cos 5t}; \quad \Gamma. \frac{3t^2 + 2}{\cos 5t}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопітала $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{-5x}}{\sin x}$.

Відповідь:

А. 10; Б. 5; В. 0; Г. ∞ .

6. Знайти інтервали зростання функції $y = 5x^2 - 3x + 4$.

Відповідь:

А. $\left(\frac{3}{10}; +\infty\right)$; Б. $\left(-\infty; \frac{3}{10}\right)$; В. $(-\infty; +\infty)$; Г. $(0; 1)$.

7. Знайти точки перегину $y = 2x^3 + x^2 - 5$.

Відповідь:

А. 6; Б. $-\frac{1}{6}$; В. -6; Г. 1.

Варіант 11

1. Знайти похідні:

а) $y = \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 2$.

Відповідь:

А. $3x^2 + 6x$; Б. $2x^2 + 6x$; В. $\frac{3}{2}x^2 + 6$; Г. $\frac{3}{2}x^2 + 6x$.

б) $y = (x^3 - 4) \cdot \ln x$.

Відповідь:

А. $3x^2 \cdot \ln x - \frac{x^3 - 4}{x}$; Б. $3x^2 \cdot \ln x + x^3 - 4$; В. $3x^2 \cdot \ln x + \frac{x^3 - 4}{x}$;

Г. $3x^2 + \frac{x^3 - 4}{x}$.

в) $y = \frac{\sin x}{x - 1}$.

Відповідь:

А. $\frac{\cos x \cdot (x - 1) - \sin x}{(x - 1)^2}$; Б. $\cos x \cdot (x - 1) \cdot \sin x$; В. $\frac{\cos x \cdot (x - 1) + \sin x}{(x - 1)^2}$;

Г. $\frac{(x - 1) - \sin x}{(x - 1)^2}$.

г) $y = \sqrt{\arcsin x}$.

Відповідь:

$$A. 2\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}; \quad B. \frac{1}{2\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}}; \quad B. \frac{1}{\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}};$$

$$\Gamma. \frac{1}{2\sqrt{\arcsin x}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{e^x}$.

Відповідь:

$$A. \left(e^x \cdot \ln x + \frac{e^x}{x} \right); \quad B. x^{e^x} \cdot \left(e^x \cdot \ln x + \frac{e^x}{x} \right); \quad B. x^{e^x} \cdot (e^x \cdot \ln x + e^x);$$

$$\Gamma. x^{e^x} \cdot \left(\ln x + \frac{e^x}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^3 \cdot x + 2x^2 y = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{-y^3 - 4xy}{3y^2 x + 2x^2}; \quad B. \frac{y^3 - 4xy}{3y^2 x + 2x^2}; \quad B. \frac{-y^3 + 4xy}{3y^2 x + 2x^2}; \quad \Gamma. \frac{-y^3 - 4xy}{3y^2 x - 2x^2}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \cos 3t; \\ y = t^2 + 4t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{2t + 4t}{-3\sin 3t}; \quad B. \frac{2t + 4}{\sin 3t}; \quad B. \frac{2t + 4}{-3\cos 3t}; \quad \Gamma. \frac{2t + 4}{-3\sin 3t}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = 3x^3 + 2x$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 11x - 6; \quad B. y = 11x + 6; \quad B. y = 9x - 6; \quad \Gamma. y = 11x.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x^2}{x-1}$.

Відповідь:

$$A. x_{\max} = 0; \quad x_{\min} = 2; \quad B. x_{\max} = 0; \quad B. x_{\min} = 2; \quad \Gamma. x_{\max} = 1.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 2 - 4x^2 + 2x^3$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{2}{3}; +\infty \right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad B. \left(-\infty; \frac{2}{3} \right); \quad \Gamma. \left(0; \frac{2}{3} \right).$$

Варіант 12

1. Знайти похідні:

а) $y = 7 - 2x^2 + x^3$.

Відповідь:

А. $3x^2 + 4x$; Б. $3x^2 - 4x$; В. $3x^2 - x$; Г. $x^2 - 4x$.

б) $y = (x^2 + 1) \cdot e^x$.

Відповідь:

А. $e^x \cdot (x^2 + 2x + 1)$; Б. $e^x + (x^2 + 2x + 1)$; В. $e^x \cdot (x^2 + 2x)$;

Г. $(x^2 + 2x + 1)$.

в) $y = \frac{\cos x}{x^5 + 1}$.

Відповідь:

А. $-\sin x(x^5 + 1) - 5x^4 \cos x$; Б. $\frac{-\sin x(x^5 + 1) - 5x^4 \cos x}{(x^5 + 1)^2}$;

В. $\frac{\sin x(x^5 + 1) - 5x^4 \cos x}{(x^5 + 1)^2}$; Г. $\frac{-\sin x(x^5 + 1) + 5x^4 \cos x}{(x^5 + 1)^2}$.

г) $y = \ln^2 \sqrt{x}$.

Відповідь:

А. $-\frac{\ln \sqrt{x}}{x}$; Б. $\frac{\ln \sqrt{x}}{2x}$; В. $\frac{2 \ln \sqrt{x}}{x}$; Г. $\frac{\ln \sqrt{x}}{x}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x + 1)^{\operatorname{tg} x}$.

Відповідь:

А. $(x + 1)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{x + 1}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x \right)$; Б. $\left(\frac{x + 1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x \right)$; В. $(x + 1)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{x + 1}{\cos^2 x} + \operatorname{ctg} x \right)$;

Г. $(x + 1)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{x + 1}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^2 \cdot \sin x + \cos y = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{y^2 \cdot \cos x}{2y \cdot \sin x - \sin y}$; Б. $\frac{-y^2 \cdot \cos x}{2y \cdot \sin x + \sin y}$; В. $\frac{-y^2 \cdot \cos x}{2y \cdot \sin x - \sin y}$;

Г. $\frac{-y^2 \cdot \cos x}{\sin x - \sin y}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{ctgt}; \\ y = \sin 3t. \end{cases}$

Відповідь:

А. $\cos 3t \cdot \sin^2 t$; Б. $3 \cos 3t \cdot \sin^2 t$; В. $-3 \cos 3t \cdot \sin^2 t$; Г. $-3 \cos 3t \cdot \sin 2t$.

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = \ln x + x$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

А. $y = 2x$; Б. $y = 2x + 2$; В. $y = 5x + 1$; Г. $y = 2x - 1$.

6. Знайти точки екстремуму функції $y = 2\sqrt{x} - 3x$.

Відповідь:

А. $x_{\max} = \frac{1}{9}$; Б. $x_{\min} = \frac{1}{9}$; В. $x_{\max} = \frac{3}{2}$; Г. $x_{\min} = 1$.

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 5x^3 - 2x^2 + 4x$.

Відповідь:

А. $(-\infty; +\infty)$; Б. $\left(-\infty; \frac{2}{15}\right)$; В. $\left(\frac{2}{15}; +\infty\right)$; Г. $(0; 1)$.

Варіант 13

1. Знайти похідні:

а) $y = 3 - 4x^2 + 8x^3$.

Відповідь:

А. $24x^2 + 8x$; Б. $24x^2 - 8x$; В. $x^2 - 8x$; Г. $24x^2 - 8x + 3$.

б) $y = x^4 \cdot \operatorname{arctg} x$.

Відповідь:

А. $\operatorname{arctg} x + \frac{x^4}{1+x^2}$; Б. $4x^3 \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{x^4}{1+x^2}$; В. $4x^3 \cdot \operatorname{arctg} x + \frac{x^3}{1+x^2}$;

Г. $4x^3 \cdot \operatorname{arctg} x + \frac{x^4}{1+x^2}$.

в) $y = \frac{\sin x}{x^3 - 2}$.

Відповідь:

А. $\frac{\cos x \cdot (x^3 - 2) - \sin x}{(x^3 - 2)^2}$; Б. $\cos x \cdot (x^3 - 2) - \sin x \cdot 3x^2$;

$$B. \frac{(x^3 - 2) - \sin x \cdot 3x^2}{(x^3 - 2)^2}; \quad \Gamma. \frac{\cos x \cdot (x^3 - 2) - \sin x \cdot 3x^2}{(x^3 - 2)^2}.$$

$$г) y = \cos^3(x+1).$$

Відповідь:

$$A. -3\cos^2(x+1) \cdot \sin(x+1); \quad Б. 3\cos^2(x+1) \cdot \sin(x+1);$$

$$B. \cos^2(x+1) \cdot \sin(x+1); \quad \Gamma. -3\cos^2(x+1).$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = \cos x^{x^2}$.

Відповідь:

$$A. (2x \cdot \ln \cos x - x^2 \cdot \operatorname{tg} x); \quad Б. \cos x^{x^2} \cdot (2x \cdot \ln \cos x + x^2 \cdot \operatorname{tg} x);$$

$$B. \cos x^{x^2} \cdot (2x \cdot \ln \cos x - x^2 \cdot \operatorname{tg} x); \quad \Gamma. \cos x^{x^2} \cdot (2x \cdot \ln \cos x - x^2 \cdot \operatorname{ctg} x).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $e^y \cdot x^2 + y^2 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{e^y \cdot x^2}{e^y + 2y}; \quad Б. -\frac{e^y \cdot x^2}{e^y + 2y}; \quad B. -\frac{e^y + x^2}{e^y + 2y}; \quad \Gamma. -\frac{e^y \cdot x^2}{e^y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin 2t; \\ y = \cos 2t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \operatorname{tg} 2t; \quad Б. -\operatorname{ctg} 2t; \quad B. -\operatorname{tg} t; \quad \Gamma. -\operatorname{tg} 2t.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = 3x^2 + 5x$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 11x - 3; \quad Б. y = 11x + 3; \quad B. y = 11x; \quad \Gamma. y = 11x - 6.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x^2}{x+1}$.

Відповідь:

$$A. x_{\max} = -2; \quad Б. x_{\max} = -2; x_{\min} = 0; \quad B. x_{\min} = 0; \quad \Gamma. x_{\max} = -1.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 6x - 3x^2 + 2x^3$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; \frac{1}{2}\right); \quad Б. \left(\frac{1}{2}; +\infty\right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad \Gamma. (0; 1).$$

Варіант 14

1. Знайти похідні:

а) $y = 2 - 3x^2 + 2x^3$.

Відповідь:

А. $6x^2 + 6x$; Б. $6x^2 - 6x$; В. $x^2 - x$; Г. $6x^2 - 6x + 2$.

б) $y = \sqrt{x} \cdot \sin x$.

Відповідь:

А. $\frac{\sin x}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cdot \cos x$; Б. $\frac{\sin x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot \cos x$; В. $\frac{\sin x}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cdot \sin x$;

Г. $\frac{\sin x}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cdot \cos x$.

в) $y = \frac{\ln x}{x+1}$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{x} \cdot (x+1) - \ln x$; Б. $\frac{(x+1) - \ln x}{(x+1)^2}$; В. $\frac{\frac{1}{x} \cdot (x+1) - \ln x}{(x+1)^2}$;

Г. $\frac{\frac{1}{x} \cdot (x+1) - x}{(x+1)^2}$.

г) $y = \operatorname{ctg}^2(\sqrt{x} - 1)$.

Відповідь:

А. $\frac{\operatorname{ctg}(\sqrt{x} - 1)}{\sin^2(\sqrt{x} - 1)}$; Б. $-\frac{\operatorname{ctgx}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}}$; В. $-\frac{\operatorname{ctgx}}{\sin^2(\sqrt{x} - 1) \cdot \sqrt{x}}$;

Г. $-\frac{\operatorname{ctg}(\sqrt{x} - 1)}{\sin^2(\sqrt{x} - 1) \cdot \sqrt{x}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sin 2x}$.

Відповідь:

А. $x^{\sin 2x} \cdot (2 \cos 2x + \sin 2x)$; Б. $x^{\sin 2x} \cdot \left(2 \cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{x} \right)$;

В. $x^{\sin 2x} \cdot (2 \cos 2x \cdot \ln x + \sin 2x)$; Г. $\left(2 \cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^2 y + y^2 x = -3$.

Відповідь:

$$A. \frac{2xy - y^2}{x^2 + 2xy}; \quad B. \frac{-2xy + y^2}{x^2 + 2xy}; \quad B. \frac{-2xy - y^2}{x^2 + 2xy}; \quad \Gamma. \frac{-2xy - y^2}{x^2 + xy}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} y = \sin t; \\ x = t^2 + 2t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{\sin t}{2t + 2}; \quad B. \frac{\cos t}{2t + 2}; \quad B. \frac{\cos t}{2t}; \quad \Gamma. \frac{\cos t}{t + 2}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = 3x^3 + 4x$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 13x - 6; \quad B. y = 13x + 6; \quad B. y = 13x; \quad \Gamma. y = 6x - 6.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x-1}{x^2}$.

Відповідь:

$$A. x_{\min} = 0; \quad B. x_{\max} = 2; \quad B. x_{\min} = 2; \quad \Gamma. x_{\max} = 1.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 4x - 5x^2 - 3x^3$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; -\frac{5}{9}\right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad B. (0; 1); \quad \Gamma. \left(-\frac{5}{9}; +\infty\right).$$

Варіант 15

1. Знайти похідні:

а) $y = 1 - 4x^3 + 5x^2$.

Відповідь:

$$A. 10x + 12x^2; \quad B. 10x - x^2; \quad B. x - 12x^2; \quad \Gamma. 10x - 12x^2.$$

б) $y = (x^2 - 1) \cdot \operatorname{tg} x$.

Відповідь:

$$A. 2x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{(x^2 - 1)}{\cos^2 x}; \quad B. 2x \cdot \operatorname{tg} x - \frac{(x^2 - 1)}{\cos^2 x}; \quad B. 2x \cdot \operatorname{tg} x + (x^2 - 1);$$

$$\Gamma. 2x \cdot \operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos^2 x}.$$

в) $y = \frac{\cos x}{x^2 + x}$.

Відповідь:

$$A. \frac{\sin x \cdot (x^2 + x) + \cos x \cdot (2x + 1)}{(x^2 + x)^2}; \quad B. -\sin x \cdot (x^2 + x) + \cos x \cdot (2x + 1);$$

$$B. \frac{-\sin x \cdot (x^2 + x) - \cos x \cdot (2x + 1)}{(x^2 + x)^2}; \quad \Gamma. \frac{-\sin x \cdot (x^2 + x) + \cos x \cdot (2x + 1)}{(x^2 + x)^2}.$$

$$\text{г) } y = 3^{\sin x}.$$

Відповідь:

$$A. 3^{\sin x} \cdot \cos x; \quad B. 3^{\sin x} \cdot \ln 3; \quad B. 3^{\sin x} \cdot \ln 3 \cdot \cos x; \quad \Gamma. 3^{\sin x} \cdot \ln 3 \cdot \sin x.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\cos 2x}$.

Відповідь:

$$A. x^{\cos 2x} \cdot \left(-2 \sin 2x \cdot \ln x - \frac{\cos 2x}{x} \right); \quad B. \left(-2 \sin 2x \cdot \ln x + \frac{\cos 2x}{x} \right);$$

$$B. x^{\cos 2x} \cdot \left(-2 \sin 2x \cdot \ln x + \cos 2x \right); \quad \Gamma. x^{\cos 2x} \cdot \left(-2 \sin 2x \cdot \ln x + \frac{\cos 2x}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^2 \cdot e^x + x^2 \cdot e^y = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{y^2 \cdot e^x + 2x \cdot e^y}{2y \cdot e^x + x^2 \cdot e^y}; \quad B. \frac{-y^2 \cdot e^x - e^y}{2y \cdot e^x + x^2 \cdot e^y}; \quad B. \frac{-y^2 \cdot e^x - 2x \cdot e^y}{2y \cdot e^x + x^2 \cdot e^y};$$

$$\Gamma. \frac{-y^2 \cdot e^x - 2x \cdot e^y}{2y \cdot e^x + x^2}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \cos t; \\ y = t^3 + t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{3t^2 + 1}{\sin t}; \quad B. \frac{3t^2 - 1}{-\sin t}; \quad B. \frac{t^2 + 1}{-\sin t}; \quad \Gamma. \frac{3t^2 + 1}{-\sin t}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = 2x^3 - 8x^2$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = -10x; \quad B. y = -4x + 4; \quad B. y = -10x + 4; \quad \Gamma. y = -10x + 2.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = 4\sqrt{x} - 6x$.

Відповідь:

$$A. x_{\min} = \frac{1}{9}; \quad B. x_{\max} = \frac{1}{9}; \quad B. x_{\max} = -\frac{1}{9}; \quad \Gamma. x_{\min} = -\frac{1}{9}.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 2x^3 + 3x^2 - 10x$.

Відповідь:

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; B. $(-\infty; +\infty)$; B. $(0; 1)$; Г. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Варіант 16

1. Знайти похідні:

а) $y = 5 - 4x^3 + x$.

Відповідь:

A. $-12x^2$; B. $1 - x^2$; B. $1 - 12x^2$; Г. $1 + 12x^2$.

б) $y = \arcsin x \cdot \sqrt{x}$.

Відповідь:

A. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\arcsin x}{2\sqrt{x}}$; B. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{\arcsin x}{2\sqrt{x}}$; B. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\arcsin x}{\sqrt{x}}$;

Г. $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\arcsin x}{2\sqrt{x}}$.

в) $y = \frac{e^x}{x^2 - 4}$.

Відповідь:

A. $\frac{e^x \cdot (x^2 - 4) - 2x \cdot e^x}{(x^2 - 4)^2}$; B. $e^x \cdot (x^2 - 4) - 2x \cdot e^x$; B. $\frac{e^x \cdot (x^2 - 4) + 2x \cdot e^x}{(x^2 - 4)^2}$;

Г. $\frac{e^x \cdot (x^2 - 4) - 2x}{(x^2 - 4)^2}$.

г) $y = \operatorname{arctg}^2 x$.

Відповідь:

A. $2\operatorname{arctg} x$; B. $\frac{2}{x^2 + 1}$; B. $\frac{2\operatorname{arctg}^2 x}{x^2 + 1}$; Г. $\frac{2\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x - 1)^{\operatorname{tg} x}$.

Відповідь:

A. $\left(\frac{\ln(x-1)}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x-1}\right)$; B. $(x-1)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln(x-1)}{\cos^2 x} - \frac{\operatorname{tg} x}{x-1}\right)$;

$$B. (x-1)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln(x-1)}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x-1} \right); \quad \Gamma. (x-1)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln(x-1)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x-1} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^2 y^2 + 5y = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{2xy}{x^2 y + 5}; \quad B. \frac{-xy}{2x^2 y + 5}; \quad B. \frac{-2x}{2x^2 y + 5}; \quad \Gamma. \frac{-2xy}{2x^2 y + 5}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = t^2 + 1; \\ y = \operatorname{tg} t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. 2t \cdot \cos^2 t; \quad B. \frac{1}{2t \cdot \cos^2 t}; \quad B. \frac{1}{t \cdot \cos^2 t}; \quad \Gamma. \frac{1}{2t \cdot \cos t}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = x^4 + 2x^2$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 8x; \quad B. y = 8x + 6; \quad B. y = 8x - 5; \quad \Gamma. y = 7x + 5.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x^2}{x-2}$.

Відповідь:

$$A. x_{\min} = 4; \quad B. x_{\max} = 2; \quad B. x_{\max} = 0; \quad \Gamma. x_{\max} = 0; x_{\min} = 4.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = x^3 - 2x^2 + 4x$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{2}{3}; +\infty \right); \quad B. \left(-\infty; \frac{2}{3} \right); \quad B. (0; 1); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

Варіант 17

1. Знайти похідні:

а) $y = 4 - 5x^3 + 2x$.

Відповідь:

$$A. 2 + 15x^2; \quad B. 2 - x^2; \quad B. -15x^2; \quad \Gamma. 2 - 15x^2.$$

б) $y = \cos x \cdot \sqrt{x}$.

Відповідь:

$$A. -\sin x \cdot \sqrt{x} + \frac{\cos x}{2\sqrt{x}}; \quad B. -\sin x \cdot \sqrt{x} - \frac{\cos x}{2\sqrt{x}}; \quad B. \sin x \cdot \sqrt{x} + \frac{\cos x}{2\sqrt{x}};$$

$$\Gamma. -\sin x \cdot \sqrt{x} + \frac{\sin x}{2\sqrt{x}}.$$

$$\text{В)} y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^3 - 2}.$$

Відповідь:

$$A. \frac{(x^3 - 2) - 3x^2 \cdot \operatorname{tg} x}{(x^3 - 2)^2}; \quad B. \frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x^3 - 2) - 3x^2 \cdot \operatorname{tg} x;$$

$$B. \frac{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x^3 - 2) - 3x^2 \cdot \operatorname{tg} x}{(x^3 - 2)^2}; \quad \Gamma. \frac{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x^3 - 2) - 3x^2}{(x^3 - 2)^2}.$$

$$\text{Г)} y = \sqrt[3]{\arcsin x}.$$

Відповідь:

$$A. \frac{1}{3}(\arcsin x)^{-\frac{2}{3}}; \quad B. (\arcsin x)^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad B. \frac{1}{3}(\arcsin x)^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x^2}};$$

$$\Gamma. \frac{1}{3}(\arcsin x)^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x+1)^{\operatorname{ctgx}}$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{-\ln(x+1)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctgx}}{x+1} \right); \quad B. (x+1)^{\operatorname{ctgx}} \cdot \left(\frac{-\ln(x+1)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctgx}}{x+1} \right);$$

$$B. (x+1)^{\operatorname{ctgx}} \cdot \left(\frac{-\ln(x+1)}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{ctgx}}{x+1} \right); \quad \Gamma. (x+1)^{\operatorname{ctgx}} \cdot \left(\frac{\ln(x+1)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctgx}}{x+1} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy + x + y = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{-y}{x+1}; \quad B. \frac{-y-1}{x+1}; \quad B. \frac{-1}{x+1}; \quad \Gamma. \frac{-y-1}{x}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = t^3 - 1; \\ y = \operatorname{ctgt}. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{1}{3t^2 \sin^2 t}; \quad B. \frac{-1}{t^2 \sin^2 t}; \quad B. \frac{-1}{3t^2 \cos^2 t}; \quad \Gamma. \frac{-1}{3t^2 \sin^2 t}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = x^2 - 2x^4$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$A. y = -6x; \quad B. y = -5x + 5; \quad B. y = -6x + 5; \quad \Gamma. y = -6x - 5.$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x}{x-3}.$

Відповідь:

$A. x_{\max} = 0; \quad B. x_{\min} = 0; \quad B. x_{\max} = 3; \quad \Gamma. \text{Екстремумів немає.}$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 5x - 2x^2 + 4x^3.$

Відповідь:

$A. \left(-\infty; -\frac{1}{6}\right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad B. \left(-\frac{1}{6}; +\infty\right); \quad \Gamma. (0; 1).$

Варіант 18

1. Знайти похідні:

а) $y = 7x^2 + x^4 - 1.$

Відповідь:

$A. x + 4x^3; \quad B. 14x + x^3; \quad B. 14x - 4x^3; \quad \Gamma. 14x + 4x^3.$

б) $y = 3^x \cdot x^3.$

Відповідь:

$A. 3^x \ln 3 \cdot x^3 + 3x^2 \cdot 3^x; \quad B. 3x^3 + 3x^2 \cdot 3^x; \quad B. 3 \ln 3 \cdot x^3 + x^2 \cdot 3^x;$
 $\Gamma. \ln 3 \cdot x^3 + 3x^2 \cdot 3^x.$

в) $y = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}.$

Відповідь:

$A. \frac{\sqrt{x} \cdot \cos x + \frac{\sin x}{2\sqrt{x}}}{x}; \quad B. \frac{\sqrt{x} \cdot \cos x - \frac{\sin x}{2\sqrt{x}}}{x}; \quad B. \sqrt{x} \cdot \cos x - \frac{\sin x}{2\sqrt{x}};$

$\Gamma. \frac{\sqrt{x} \cdot \cos x - \frac{\sin x}{2\sqrt{x}}}{x^2}.$

г) $y = \sin^2 x^3.$

Відповідь:

$A. \sin x^3 \cdot \cos x^3; \quad B. 6x^2 \cdot \cos x^3; \quad B. 6x^2 \sin x^3 \cdot \cos x^3; \quad \Gamma. 6x^2 \sin x^3.$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\sqrt{x})^{\ln x}.$

Відповідь:

$$A. \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{x} + \frac{\ln x}{2x} \right); \quad B. (\sqrt{x})^{\ln x} \cdot \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{x} - \frac{\ln x}{2x} \right); \quad B. (\sqrt{x})^{\ln x} \cdot \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{x} + \frac{\ln x}{2x} \right);$$
$$Г. (\sqrt{x})^{\ln x} \cdot \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{x} + \frac{1}{2x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^3 y + 2y = 5$.

Відповідь:

$$A. \frac{3x^2 y}{x^3 + 2}; \quad B. \frac{-3x^2}{x^3 + 2}; \quad B. \frac{-3x^2 y}{x^3 + 2}; \quad Г. \frac{-x^2 y}{x^3 + 2}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \ln 2t; \\ y = \sin t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. -t \cdot \cos t; \quad B. t + \cos t; \quad B. t \cdot \sin t; \quad Г. t \cdot \cos t.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = 3x^3 + x^2$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 11x; \quad B. y = 11x - 7; \quad B. y = 11x + 7; \quad Г. y = 7x - 7.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x-4}{x^2}$.

Відповідь:

$$A. x_{\max} = 8; \quad B. x_{\min} = 8; \quad B. x_{\min} = 0; \quad Г. x_{\max} = -8.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 4x^3 + 3x^2 - 1$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; -\frac{1}{4} \right); \quad B. \left(-\frac{1}{4}; +\infty \right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad Г. (0; 1).$$

Варіант 19

1. Знайти похідні:

а) $y = 3x^2 - 5x + 8$.

Відповідь:

$$A. 6x + 5; \quad B. 5x - 5; \quad B. 6x + 8; \quad Г. 6x - 5.$$

б) $y = 2^x \cdot x^2$.

Відповідь:

$$A. 2^x \ln x \cdot x^2 + 2x \cdot 2^x; \quad B. 2^x \ln 2 \cdot x^2 + 2x \cdot 2^x; \quad B. 2^x \cdot x^2 + 2x \cdot 2^x;$$

$$\Gamma. 2^x \ln 2 \cdot x^2 + 2^x.$$

$$\text{в)} y = \frac{\operatorname{tg} x}{x+1}.$$

Відповідь:

$$A. \frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x+1) - \operatorname{tg} x; \quad B. \frac{\frac{1}{\sin^2 x} \cdot (x-1) - \operatorname{tg} x}{(x+1)^2}; \quad B. \frac{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x+1) - \operatorname{tg} x}{(x+1)^2};$$

$$\Gamma. \frac{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot (x+1) + \operatorname{tg} x}{(x+1)^2}.$$

$$\text{г)} y = \arccos x^3.$$

Відповідь:

$$A. \frac{-3x^2}{\sqrt{1-x^6}}; \quad B. \frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}}; \quad B. \frac{-x^2}{\sqrt{1-x^6}}; \quad \Gamma. \frac{-3x^2}{\sqrt{1+x^6}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x^2 + 1)^{\ln x}$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{\ln(x^2 + 1)}{x} + \frac{2x \cdot \ln x}{x^2 + 1} \right); \quad B. (x^2 + 1)^{\ln x} \cdot \left(\frac{\ln(x^2 + 1)}{x} + \frac{2x \cdot \ln x}{x^2 + 1} \right);$$

$$B. (x^2 + 1)^{\ln x} \cdot \left(\frac{\ln(x^2 + 1)}{x} - \frac{2x \cdot \ln x}{x^2 + 1} \right); \quad \Gamma. \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} + \frac{2x \cdot \ln x}{x^2 - 1}.$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^2 y + 3x + y = 1$.

Відповідь:

$$A. \frac{2xy - 3}{x^2 + 1}; \quad B. \frac{-2xy + 3}{x^2 + 1}; \quad B. \frac{-2xy - 3}{x^2 + 1}; \quad \Gamma. \frac{-2xy}{x^2 + 1}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \ln t; \\ y = \cos t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. t \cdot \sin t; \quad B. -t \cdot \cos t; \quad B. -t^2 \cdot \sin t; \quad \Gamma. -t \cdot \sin t.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = 5x^2 + 2x$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 12x; \quad B. y = 5x - 5; \quad B. y = 12x - 12; \quad \Gamma. y = 12x - 5.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x-2}{x^2}$.

Відповідь:

$A. x_{\min} = 4; \quad B. x_{\max} = 4; \quad B. x_{\max} = 2; \quad \Gamma. x_{\min} = -2.$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = x^2 - 2x^3 + 5$.

Відповідь:

$A. \left(-\infty; \frac{1}{6}\right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad B. \left(\frac{1}{6}; +\infty\right); \quad \Gamma. (0; 1).$

Варіант 20

1. Знайти похідні:

а) $y = 5x^7 + 7x^5 - 1.$

Відповідь:

$A. 35x^6 + 35x^4; \quad B. x^6 + x^4; \quad B. 35x^6 + 35x^4 - 1; \quad \Gamma. 35x^5 + 35x^3.$

б) $y = \sin x \cdot (x^2 + 4).$

Відповідь:

$A. \cos x \cdot (x^2 + 4); \quad B. \cos x \cdot (x^2 + 4) + 2x \cdot \sin x; \quad B. \cos x \cdot (x^2 + 4) + 2x;$

$\Gamma. \cos x \cdot (x^2 + 4) + \sin x.$

в) $y = \frac{\sqrt{x}}{e^x}.$

Відповідь:

$A. \frac{\frac{e^x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot e^x}{e^{2x}}; \quad B. \frac{e^x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot e^x; \quad B. \frac{\frac{e^x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot e^x}{e^x};$

$\Gamma. \frac{\frac{e^x}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot e^x}{e^{2x}}.$

г) $y = \sqrt{\arcsin x}.$

Відповідь:

$A. \frac{1}{2\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}}; \quad B. 2\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2};$

$B. \frac{1}{\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}}; \quad \Gamma. \frac{1}{2\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1+x^2}}.$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sin 3x}.$

Відповідь:

$$A. \left(3 \cos 3x \cdot \ln x + \frac{\sin 3x}{x} \right); \quad B. x^{\sin 3x} \cdot \left(3 \cos 3x \cdot \ln x - \frac{\sin 3x}{x} \right);$$
$$B. x^{\sin 3x} \cdot (3 \cos 3x \cdot \ln x + \sin 3x); \quad \Gamma. x^{\sin 3x} \cdot \left(3 \cos 3x \cdot \ln x + \frac{\sin 3x}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^2 x + xy = 2$.

Відповідь:

$$A. \frac{y^2 - y}{2y + x}; \quad B. \frac{-y^2 + y}{2y + x}; \quad B. \frac{-y^2}{2y + x}; \quad \Gamma. \frac{-y^2 - y}{2y + x}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arctgt; \\ y = \cos t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{\sin t}{1+t^2}; \quad B. \frac{-\sin t}{1+t^2}; \quad B. \frac{-\cos t}{1+t^2}; \quad \Gamma. \frac{-\sin t}{1-t^2}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці $y = 2x^3 + 3x^2$, $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 12x; \quad B. y = 12x - 12; \quad B. y = 12x - 7; \quad \Gamma. y = x - 7.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x^2}{x-3}$.

Відповідь:

$$A. x_{\max} = 0; \quad B. x_{\max} = 0; x_{\min} = 6; \quad B. x_{\min} = 6; \quad \Gamma. x_{\min} = 0; x_{\max} = 6.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції $y = 4x - 5x^2 + 2x^3$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{5}{6}; +\infty \right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad B. (0; 1); \quad \Gamma. \left(-\infty; \frac{5}{6} \right).$$

Варіант 21

1. Знайти похідні:

а) $y = 8x^3 - 3x + 2$.

Відповідь:

$$A. 24x^2 + 2; \quad B. 24x^2 - 3; \quad B. 8x^2 - 3; \quad \Gamma. 24x^2 - 3x.$$

б) $y = x^3 \cdot \cos x$.

Відповідь:

А. $x^3 \sin x + 3x^2 \cos x$; Б. $-x^3 \sin x - 3x^2 \cos x$; В. $-x^3 \cos x + 3x^2 \sin x$;
Г. $-x^3 \sin x + 3x^2 \cos x$.

В) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}$.

Відповідь:

А. $\frac{\frac{x^2}{1+x^2} - 2x \operatorname{arctg} x}{x^4}$; Б. $\frac{x^2}{1+x^2} - 2x \operatorname{arctg} x$; В. $\frac{\frac{x^2}{1+x^2} + 2x \operatorname{arctg} x}{x^4}$;
Г. $\frac{x^2 - 2x \operatorname{arctg} x}{x^4}$.

Г) $y = \operatorname{ctg} \sqrt{x+1}$.

Відповідь:

А. $\frac{-1}{2\sqrt{x+1} \sin^2 \sqrt{x+1}}$; Б. $\frac{1}{2\sqrt{x+1} \sin^2 \sqrt{x+1}}$; В. $\frac{-1}{\sqrt{x+1} \sin^2 \sqrt{x+1}}$;
Г. $\frac{-1}{2\sqrt{x+1} \cos^2 \sqrt{x+1}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\sqrt{x})^x$.

Відповідь:

А. $\left(\ln \sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)$; Б. $(\sqrt{x})^x (\ln \sqrt{x} + 2)$; В. $(\sqrt{x})^x \left(\ln \sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)$;
Г. $(\sqrt{x})^x \left(\ln \sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x \sin y + xy = 4$.

Відповідь:

А. $\frac{-\sin x + y}{x \cos y + x}$; Б. $\frac{-\cos x - y}{x \cos y + x}$; В. $\frac{-\sin x - y}{x \sin y + x}$; Г. $\frac{-\sin y - y}{x \cos y + x}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = 2 \sin t; \\ y = 3 \cos t. \end{cases}$

Відповідь:

А. $\frac{3}{2} \operatorname{ctg} t$; Б. $-\frac{3}{2} \operatorname{tg} t$; В. $\operatorname{tg} t$; Г. $2 \cos t$.

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = 3x^3 + 2x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = \frac{1}{11}x + 5\frac{1}{11}; \quad B. y = -\frac{1}{11}x - 5\frac{1}{11}; \quad B. y = -\frac{1}{11}x + 5\frac{1}{11};$$

$$Г. y = -11x + 5\frac{1}{11}.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = 3x^2 + 5x - 1$.

Відповідь:

$$A. \left(-\frac{5}{6}; +\infty\right); \quad B. \left(-\infty; -\frac{5}{6}\right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad Г. \left(\frac{5}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = 5x - 6x^2 + x^3$.

Відповідь:

$$A. (2; +\infty); \quad B. (-\infty; 2); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad Г. (-2; +\infty).$$

Варіант 22

1. Знайти похідні:

а) $y = 3x^2 + 2x - 1$.

Відповідь:

$$A. 12x^3 + 2x; \quad B. 12x^3 - 1; \quad B. 3x^3 + 2; \quad Г. 12x^3 + 2.$$

б) $y = e^x \cdot \sin x$.

Відповідь:

$$A. \sin x + \cos x; \quad B. e^x \sin x + e^x \cos x; \quad B. e^x \sin x; \quad Г. e^x \cos x.$$

в) $y = \frac{x+1}{\ln x}$.

Відповідь:

$$A. \ln x - \frac{x+1}{x}; \quad B. \frac{\ln x - \frac{x+1}{x}}{\ln^2 x}; \quad B. \frac{\ln x + \frac{x+1}{x}}{\ln^2 x}; \quad Г. \frac{\ln x - \frac{x}{x+1}}{\ln^2 x}.$$

г) $y = \arcsin x^5$.

Відповідь:

$$A. \frac{5x^4}{\sqrt{1-x^{10}}}; \quad B. \frac{x^4}{\sqrt{1-x^{10}}}; \quad B. \frac{5x^4}{\sqrt{1+x^{10}}}; \quad Г. \frac{5x^4}{\sqrt{x^{10}-1}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\cos 4x}$.

Відповідь:

$$A. \left(-4 \sin 4x \ln x + \frac{\cos 4x}{x} \right); \quad B. x^{\cos 4x} \left(-4 \sin 4x \ln x + \frac{\cos 4x}{x} \right);$$

$$B. x^{\cos 4x} (-4 \sin 4x \ln x); \quad \Gamma. x^{\cos 4x} \left(-4 \sin 4x + \frac{\cos 4x}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x \cos y + x^2 y = 5$.

Відповідь:

$$A. \frac{-\cos y - 2xy}{x^2 - x \sin y}; \quad B. \frac{\cos y + 2xy}{x^2 + x \sin y}; \quad B. \frac{-\cos y - 2xy}{x \sin y}; \quad \Gamma. \frac{-\sin y - 2xy}{x^2 - x \sin y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = t^3. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. t^2 \sin^2 t; \quad B. t^2 \cos^2 t; \quad B. 3t^2 \cos^2 t; \quad \Gamma. \frac{3t^2}{\sin^2 t}.$$

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = \ln x + x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; \quad B. y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; \quad B. y = -\frac{1}{2}x; \quad \Gamma. y = -2x + \frac{3}{2}.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = \ln x - x$.

Відповідь:

$$A. (+\infty; 1); \quad B. (0; 1); \quad B. (-\infty; 1); \quad \Gamma. (1; +\infty).$$

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = 2x^3 + 4x^2 + 3x - 1$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; -2); \quad B. \left(-\frac{2}{3}; +\infty \right); \quad B. \left(0; -\frac{2}{3} \right); \quad \Gamma. \left(\frac{2}{3}; +\infty \right).$$

Варіант 23

1. Знайти похідні:

а) $y = 6x^2 - 3x + 1$.

Відповідь:

$$A. 12x - 3; \quad B. 12x^2 - 3; \quad B. 12x + 1; \quad \Gamma. 6x - 3.$$

б) $y = (x + 7) \cdot 5^x$.

Відповідь:

A. $(x+7) \cdot 5^x \ln 5$; Б. $5^x \ln 5$; В. $5^x + (x+7) \cdot 5^x$; Г. $5^x + (x+7) \cdot 5^x \ln 5$.

в) $y = \frac{\operatorname{ctgx}}{x^2 - 2}$.

Відповідь:

A. $\frac{\frac{x^2 - 2}{\sin^2 x} + 2x \operatorname{ctgx}}{(x^2 - 2)^2}$; Б. $\frac{-\frac{x^2 - 2}{\sin^2 x} - 2x \operatorname{ctgx}}{(x^2 - 2)^2}$; В. $\frac{-\frac{x^2 - 2}{\cos^2 x} - 2x \operatorname{ctgx}}{(x^2 - 2)^2}$;

Г. $-\frac{x^2 - 2}{\sin^2 x} - 2x \operatorname{ctgx}$.

г) $y = \arcsin e^x$.

Відповідь:

A. $\frac{e^x}{\sqrt{1 + e^{2x}}}$; Б. $\frac{e^x}{\sqrt{1 - e^x}}$; В. $\frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$; Г. $\frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\ln 3x}$.

Відповідь:

A. $\left(\frac{\ln x}{x} + \frac{\ln 3x}{x}\right)$; Б. $x^{\ln 3x} \cdot \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{\ln 3x}{x}\right)$;

В. $x^{\ln 3x} \cdot \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{3 \ln 3x}{x}\right)$; Г. $x^{\ln 3x} \cdot \left(\frac{\ln x}{x} + \frac{\ln 3x}{3x}\right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^2 x + 2y - x^5 = 0$.

Відповідь:

A. $\frac{5x^4 - y^2}{2xy + 2}$; Б. $\frac{-5x^4 + y^2}{2xy + 2}$; В. $\frac{x^4 - y^2}{2xy}$; Г. $\frac{5x^4}{2xy + 2}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin 2t; \\ y = \cos 2t. \end{cases}$

Відповідь:

A. $\operatorname{ctg} 2t$; Б. $\operatorname{tg} 2t$; В. $-\operatorname{tg} 2t$; Г. $-\operatorname{tgt}$.

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = 3x^2 + 5x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

A. $y = \frac{1}{11}x + 8\frac{1}{11}$; Б. $y = -\frac{1}{11}x + 8\frac{1}{11}$; В. $y = -\frac{1}{11}x - 8\frac{1}{11}$;

$$\Gamma. y = -\frac{1}{11}x.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = \frac{x}{x-3}$.

Відповідь:

A. $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; B. $(-\infty; 3)$; B. $(3; +\infty)$; Г. $(-3; 3)$.

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = 6 - 4x^2 + 5x^3$.

Відповідь:

A. $\left(-\infty; \frac{4}{15}\right)$; B. $(-\infty; +\infty)$; B. $(-4; 4)$; Г. $\left(\frac{4}{15}; +\infty\right)$.

Варіант 24

1. Знайти похідні:

а) $y = 6 - 3x^2 + 8x$.

Відповідь:

A. $6x + 8$; B. $-3x + 8$; B. $-6x + 6$; Г. $-6x + 8$.

б) $y = \operatorname{tg} x \cdot 2^x$.

Відповідь:

A. $\frac{2^x}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x \cdot 2^x \ln 2$; B. $\frac{2^x}{\sin^2 x} + \operatorname{tg} x \cdot 2^x \ln 2$; B. $\frac{2^x \cdot \ln 2}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x \cdot 2^x \ln 2$;

Г. $\frac{2^x}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x \cdot 2^x$.

в) $y = \frac{x-2}{x^3+4}$.

Відповідь:

A. $\frac{(x^3+4) - (x-2)3x^2}{(x^3+4)^4}$; B. $\frac{(x^3+4) - (x-2)3x^2}{(x^3+4)^2}$; B. $\frac{(x^3+4) + (x-2)3x^2}{(x^3+4)^2}$;

Г. $\frac{x^3 - (x-2)3x^2}{(x^3+4)^2}$.

г) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{e^x}$.

Відповідь:

A. $\frac{e^x}{2(1+e^x)}$; B. $\frac{\sqrt{e^x}}{(1+e^x)}$; B. $\frac{\sqrt{e^x}}{2\sqrt{e^x} \cdot (1+e^x)}$; Г. $\frac{\sqrt{e^x}}{2\sqrt{1+e^x}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{e^x}$.

Відповідь:

А. $x^{e^x} (e^x \ln x + e^x)$; Б. $x^{e^x} \left(e^x + e^x \cdot \frac{1}{x} \right)$; В. $x^{e^x} \left(e^x \ln x + e^x \cdot \frac{1}{x} \right)$;
Г. $\left(e^x \ln x + e^x \cdot \frac{1}{x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy + y^2 \cos x = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{y^2 \cos x - y}{x + 2y \cos x}$; Б. $\frac{y^2 \sin x - y}{x + 2y \cos x}$; В. $\frac{y^2 \sin x - y}{2y \cos x}$; Г. $\frac{y^2 \sin x - y}{x + y \cos x}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} y = \sin t; \\ x = t^2 - 1. \end{cases}$

Відповідь:

А. $\frac{\cos t}{2t}$; Б. $\frac{\sin t}{2t}$; В. $2t \cos t$; Г. $t^2 \sin t$.

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = 3x^2 + 4x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

А. $y = \frac{1}{13}x + 7\frac{1}{13}$; Б. $y = -\frac{1}{13}x + 7\frac{1}{13}$; В. $y = -\frac{1}{13}x + 6\frac{12}{13}$;
Г. $y = -\frac{1}{13}x$.

6. Знайти інтервали спадання функції $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Відповідь:

А. $(-\infty; -1)$; Б. $(-1; 1)$; В. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; Г. $(1; +\infty)$.

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = -x^3 + 2x^2 - 4$.

Відповідь:

А. $(-\infty; +\infty)$; Б. $(-1; 0)$; В. $\left(\frac{2}{3}; +\infty \right)$; Г. $\left(-\infty; \frac{2}{3} \right)$.

Варіант 25

1. Знайти похідні:

а) $y = 4 - 5x^2 + 9x$.

Відповідь:

A. $-10x$; B. $-10x + 9$; B. $-10x^2 + 9$; Г. $-5x + 9$.

б) $y = 3^x \cdot \cos x$.

Відповідь:

A. $3^x \ln 3 \cos x - 3^x \sin x$; B. $3^x \ln 3 \cos x + 3^x \sin x$; B. $3^x \cos x - 3^x \sin x$; Г. $3^x \ln 3 \cos x$.

в) $y = \frac{\operatorname{ctgx}}{x^2 + 25}$.

Відповідь:

A. $-\frac{(x^2 + 25)}{\sin^2 x} - \operatorname{ctgx} \cdot 2x$; B. $-\frac{(x^2 + 25)}{\sin^2 x} - \operatorname{tgx} \cdot 2x$; B. $-\frac{(x^2 + 25)}{\sin^2 x} - \operatorname{ctgx}$; Г. $-\frac{(x^2 + 25)}{\sin^2 x} - \operatorname{ctgx} \cdot 2x$.

г) $y = 7^{\sin \sqrt{x}}$.

Відповідь:

A. $7^{\sin \sqrt{x}} \cdot \ln 7 \cos \sqrt{x} \cdot 2\sqrt{x}$; B. $7^{\sin \sqrt{x}} \cdot \ln 7 \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$; B. $7^{\sin \sqrt{x}} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$; Г. $7^{\sin \sqrt{x}} \cdot \ln 7 \cos \sqrt{x}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x+1)^{\sqrt{x}}$.

Відповідь:

A. $(x+1)^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln(x+1)}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)$; B. $(x+1)^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln(x+1)}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)$; B. $(x+1)^{\sqrt{x}} \left(\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)$; Г. $\left(\frac{\ln(x+1)}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y \cdot \sin x + xy = 0$.

Відповідь:

A. $\frac{-y \cdot \cos x}{x + \sin x}$; B. $\frac{-y \cdot \cos x - y}{x + \sin x}$; B. $\frac{-y \cdot \cos x - y}{x + \cos x}$; Г. $\frac{-y \cdot \sin x - y}{x + \sin x}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = 2 \cos t; \\ y = t^3 + 1. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{3t^2}{2 \cos t}; \quad B. 6t^2 \sin t; \quad B. \frac{t^2}{-2 \sin t}; \quad \Gamma. \frac{3t^2}{-2 \sin t}.$$

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = 2x^3 - 8x^2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = \frac{1}{10}x - 6\frac{1}{10}; \quad B. y = -\frac{1}{10}x - 6\frac{1}{10}; \quad B. y = \frac{1}{10}x + 6\frac{1}{10};$$
$$\Gamma. y = \frac{1}{10}x - 5\frac{9}{10}.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = x \cdot e^x$.

Відповідь:

$$A. (-1; +\infty); \quad B. (-1; 1); \quad B. (-\infty; -1); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = -2x^3 + 3x^2 + 7$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; \frac{1}{2}\right); \quad B. \left(\frac{1}{2}; +\infty\right); \quad B. \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); \quad \Gamma. (-\infty; 2).$$

Варіант 26

1. Знайти похідні:

а) $y = 5 - 2x^2 + 3x^3$.

Відповідь:

$$A. 9x^2 + 4x; \quad B. 3x^2 - 4x; \quad B. 9x^2 - 4x; \quad \Gamma. 9x^2 - 2x.$$

б) $y = x^2 \cdot \sin x$.

Відповідь:

$$A. 2x \sin x + x^2 \cos x; \quad B. 2x \cos x + x^2 \sin x; \quad B. 2x \sin x; \quad \Gamma. x^2 \cos x.$$

в) $y = \frac{e^x}{x^2 - 1}$.

Відповідь:

$$A. e^x \cdot (x^2 - 1) - 2x \cdot e^x; \quad B. \frac{e^x \cdot (x^2 - 1) - 2x \cdot e^x}{(x^2 - 1)^2}; \quad B. \frac{e^x \cdot (x^2 - 1) - 2x}{(x^2 - 1)^2};$$

$$\Gamma. \frac{e^x \cdot (x^2 - 1) + 2x \cdot e^x}{(x^2 - 1)^2}.$$

г) $y = \arcsin(x^3 - 1)$.

Відповідь:

$$A. \frac{3x^2}{\sqrt{1 - (x^3 - 1)^2}}; \quad B. \frac{x^2}{\sqrt{1 - (x^3 - 1)^2}}; \quad B. \frac{3x^3}{\sqrt{1 - (x^3 - 1)^2}}; \quad \Gamma. \frac{3x^2}{\sqrt{1 + (x^3 - 1)^2}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\sin x)^x$.

Відповідь:

$$A. (\sin x)^x \cdot (\sin x + x \cdot \operatorname{ctgx}); \quad B. (\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x \cdot \operatorname{tgx});$$

$$B. (\ln \sin x + x \cdot \operatorname{ctgx}); \quad \Gamma. (\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x \cdot \operatorname{ctgx}).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy - x^2y = 6$.

Відповідь:

$$A. \frac{2xy}{x - x^2}; \quad B. \frac{2xy - y}{x - x^2}; \quad B. \frac{2xy + y}{x - x^2}; \quad \Gamma. \frac{xy - y}{x - x^2}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{arctgt}; \\ y = t^2. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. t(1 + t^2); \quad B. 2t(1 + t^2); \quad B. \frac{2t}{1 + t^2}; \quad \Gamma. \frac{t}{1 + t^2}.$$

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = x^4 + 2x^2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = \frac{1}{8}x + 3\frac{1}{8}; \quad B. y = -\frac{1}{8}x; \quad B. y = -\frac{1}{8}x + 2\frac{7}{8}; \quad \Gamma. y = -\frac{1}{8}x + 3\frac{1}{8}.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = x \cdot e^{3x}$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; \frac{1}{3}\right); \quad B. \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right); \quad B. \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = 3x^3 + 4x^2 - 5x$.

Відповідь:

$$A. \left(-\frac{4}{9}; +\infty\right); \quad B. \left(-\infty; \frac{4}{9}\right); \quad B. (4; 9); \quad \Gamma. (0; 1).$$

Варіант 27

1. Знайти похідні:

а) $y = 2 + 4x^2 - 2x^3$.

Відповідь:

А. $8x + 6x^2$; Б. $8x - 2x^2$; В. $4x - 6x^2$; Г. $8x - 6x^2$.

б) $y = x^5 \cdot \operatorname{tg} x$.

Відповідь:

А. $5x^4 \operatorname{tg} x + \frac{x^5}{\cos^2 x}$; Б. $5x^4 \operatorname{tg} x + \frac{x^5}{\sin^2 x}$; В. $\frac{x^5}{\cos^2 x}$; Г. $5x^4 \operatorname{tg} x$.

в) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Відповідь:

А. $\frac{x - x^2}{(x^2 + 1)^2}$; Б. $\frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$; В. $\frac{1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}$; Г. $\frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^3}$.

г) $y = \sqrt{\sin \ln x}$.

Відповідь:

А. $\frac{\sin \ln x}{2x\sqrt{\sin \ln x}}$; Б. $\frac{\cos \ln x}{2x\sqrt{\cos \ln x}}$; В. $\frac{\cos \ln x}{2x\sqrt{\sin \ln x}}$; Г. $\frac{\cos \ln x}{\sqrt{\sin \ln x}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\operatorname{tg} 3x)^{x^2}$.

Відповідь:

А. $(\operatorname{tg} 3x)^{x^2} \cdot (2x \ln \operatorname{tg} 3x)$; Б. $(\operatorname{tg} 3x)^{x^2} \cdot \left(2x \ln \operatorname{tg} 3x + \frac{3x^2}{\operatorname{tg} 3x \cdot \cos^2 3x} \right)$;
В. $(\operatorname{tg} 3x)^{x^2} \cdot \left(2x \ln \operatorname{tg} 3x + \frac{x^2}{\operatorname{tg} 3x \cdot \cos^2 3x} \right)$; Г. $\left(2x \ln \operatorname{tg} 3x + \frac{3x^2}{\operatorname{tg} 3x \cdot \cos^2 3x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $e^x y + 3y \cdot x = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{-3y - e^x y}{e^x + 3x}$; Б. $\frac{3y + e^x y}{e^x + 3x}$; В. $\frac{-3y - e^x y}{e^x}$; Г. $\frac{-e^x y}{e^x + 3x}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin 5t; \\ y = \cos 2t. \end{cases}$

Відповідь:

А. $-10 \sin 2t \cos 5t$; Б. $\frac{2 \sin 2t}{5 \cos 5t}$; В. $\frac{-2 \sin 2t}{5 \cos 5t}$; Г. $\frac{\sin 2t}{\cos 5t}$.

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = x^2 - 2x^4$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

А. $y = \frac{5}{6}x - 1\frac{1}{6}$; Б. $y = \frac{1}{6}x - 1\frac{5}{6}$; В. $y = \frac{1}{6}x + 1\frac{1}{6}$; Г. $y = \frac{1}{6}x - 1\frac{1}{6}$.

6. Знайти інтервали спадання функції $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

Відповідь:

А. $(-2; 0)$; Б. $(0; 2)$; В. $(-2; 2)$; Г. $(-\infty; -2)$.

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = 4x^3 + 2x^2 + 4x - 1$.

Відповідь:

А. $(-\infty; \frac{1}{6})$; Б. $(-\frac{1}{6}; +\infty)$; В. $(-\infty; +\infty)$; Г. $(-6; +\infty)$.

Варіант 28

1. Знайти похідні:

а) $y = 5x^2 + 6x - 4$.

Відповідь:

А. $10x + 6x$; Б. $10x^2 + 6$; В. $10x + 6$; Г. $5x + 6$.

б) $y = x \cdot \sin x$.

Відповідь:

А. $x \cdot \sin x + x \cos x$; Б. $\sin x + x \cos x$; В. $\cos x + x \cos x$; Г. $x \cos x$.

в) $y = \frac{x}{1-x^2}$.

Відповідь:

А. $\frac{2x^2+1}{(1-x^2)^2}$; Б. $\frac{x^2}{(1-x^2)^2}$; В. $\frac{x^2+1}{(1+x^2)^2}$; Г. $\frac{x^2+1}{(1-x^2)^2}$.

г) $y = \sin^3 x^3$.

Відповідь:

А. $9x^2 \sin^2 x^3 \cos x^3$; Б. $3x^2 \sin^2 x^3 \cos x^3$; В. $9x^2 \sin^2 x^3$;
Г. $9x^2 \sin^2 x^3 \cos^2 x^3$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\arctg x}$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right); \quad B. x^{\operatorname{arctg} x} \cdot \left(\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right);$$

$$B. x^{\operatorname{arctg} x} \cdot \left(\frac{x}{1+x^2} + \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right); \quad \Gamma. x^{\operatorname{arctg} x} \cdot \left(\frac{\ln x}{1+x^2} + \frac{1+x^2}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy + y^2 - 1 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{-y}{x+2y}; \quad B. \frac{y}{x+2y}; \quad B. \frac{2y}{x+2y}; \quad \Gamma. \frac{-y}{yx+2y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = e^t; \\ y = t + e^t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. 1; \quad B. e^t + 1; \quad B. \frac{1+e^t}{e^t}; \quad \Gamma. \frac{1}{e^t}.$$

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = 3x^3 + x^2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = \frac{1}{11}x + 4\frac{1}{11}; \quad B. y = -\frac{1}{11}x + 4\frac{1}{11}; \quad B. y = 11x + 4\frac{1}{11};$$

$$\Gamma. y = -\frac{1}{11}x + 3\frac{10}{11}.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = 4x^3 + 12x^2$.

Відповідь:

$$A. (-2; 2); \quad B. (0; +\infty); \quad B. (-\infty; -2); \quad \Gamma. (-2; 0).$$

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = x^3 + 5x^2 + x$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; +\infty); \quad B. \left(-\frac{5}{3}; +\infty\right); \quad B. \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right); \quad \Gamma. (-5; 5).$$

Варіант 29

1. Знайти похідні:

а) $y = 3x - 2x^2 + 6$.

Відповідь:

А. $3+4x$; Б. $6+4x$; В. $3-4x$; Г. $3-4x^2$.

б) $y = x \cdot \cos x$.

Відповідь:

А. $\cos x - x \sin x$; Б. $-x \sin x$; В. $\cos x + x \sin x$; Г. $\sin x - x \sin x$.

в) $y = \frac{e^x}{1-x}$.

Відповідь:

А. $\frac{3e^x - xe^x}{(1-x)^2}$; Б. $\frac{2e^x - xe^x}{(1-x)^2}$; В. $\frac{2e^x - xe^x}{(1-x)^3}$; Г. $\frac{2e^x + xe^x}{(1-x)^2}$.

г) $y = \ln \sqrt{\sin x}$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{2} \operatorname{tg} x$; Б. $\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x$; В. $\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$; Г. $\frac{1}{2} \cos x$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sin x}$.

Відповідь:

А. $x^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\cos x}{x} \right)$; Б. $x^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln x$; В. $\left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$;
Г. $x^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^3 y - 3x - 3y = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{3-3x^2 y}{x^3-3}$; Б. $\frac{3+3x^2 y}{x^3+3}$; В. $\frac{3-3x^2 y}{x^2-3}$; Г. $\frac{3-3x^3 y}{x^3-3}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = 2^t; \\ y = t^2 + t. \end{cases}$

Відповідь:

А. $(2t+1)2^t \ln 2$; Б. $\frac{2t+1}{2^t + \ln 2}$; В. $\frac{2t+1}{2^t \ln 2}$; Г. $\frac{2t+1}{2^t}$.

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = 5x^2 + 2x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

А. $y = -12x + 7\frac{1}{12}$; Б. $y = \frac{1}{12}x + 7\frac{1}{12}$; В. $y = -\frac{1}{12}x + 6\frac{1}{12}$;

$$\Gamma. y = -\frac{1}{12}x + 7\frac{1}{12}.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = x^2 \cdot e^x$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; -2); \quad B. (-2; 0); \quad B. (0; +\infty); \quad \Gamma. (0; 2).$$

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = 2 - 3x + 4x^2 - 8x^3$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; +\infty); \quad B. \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{6}\right); \quad B. \left(-\infty; \frac{1}{6}\right); \quad \Gamma. \left(-\frac{1}{6}; +\infty\right).$$

Варіант 30

1. Знайти похідні:

а) $y = x^5 + 3x^2 - 6$.

Відповідь:

$$A. 5x^4 + 3x; \quad B. 5x^4 + 6x^2; \quad B. 5x^4 + 6x - 1; \quad \Gamma. 5x^4 + 6x.$$

б) $y = 2^x \cdot x^2$.

Відповідь:

$$A. 2^x \ln 2 \cdot x^2 + 2^x \cdot 2x; \quad B. 2^x \ln 2 \cdot x^2; \quad B. 2^x \cdot 2x; \quad \Gamma. 2^x \cdot x^2 + 2^x \cdot 2^x.$$

в) $y = \frac{x^2}{x^3 + 1}$.

Відповідь:

$$A. \frac{2x + x^4}{(x^3 + 1)^2}; \quad B. \frac{2x - x^4}{(x^3 + 1)^2}; \quad B. \frac{3x - x^4}{(x^3 + 1)^2}; \quad \Gamma. \frac{2x - x^3}{(x^3 + 1)^2}.$$

г) $y = \arctg \sqrt{x+1}$.

Відповідь:

$$A. \frac{1}{(2+x)\sqrt{x+1}}; \quad B. \frac{1}{2(2+x)}; \quad B. \frac{1}{2(2+x)\sqrt{x+1}}; \quad \Gamma. \frac{x}{2(2+x)\sqrt{x+1}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x+1)^{\sin x}$.

Відповідь:

$$A. (x+1)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \ln(x+1) + \frac{\cos x}{x+1} \right); \quad B. (x+1)^{\sin x} \cdot \left(\sin x \ln(x+1) + \frac{\sin x}{x+1} \right);$$

$$B. \left(\cos x \ln(x+1) + \frac{\sin x}{x+1} \right); \quad \Gamma. (x+1)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \ln(x+1) + \frac{\sin x}{x+1} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy^2 + x^2y = 5$.

Відповідь:

$$A. \frac{-y^2 - 2xy}{2xy + x^2}; \quad B. \frac{-y^2 - xy}{xy + x^2}; \quad B. \frac{-y^2 + 2xy}{2xy + x^2}; \quad \Gamma. \frac{-y^2 - 2xy}{2xy}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = t^3 + 4t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. 3t^2 \cos^2 t; \quad B. (3t^2 + 4)\operatorname{tg} t; \quad B. \frac{3t^2 + 4}{\cos^2 t}; \quad \Gamma. (3t^2 + 4)\cos^2 t.$$

5. Записати рівняння нормалі в точці: $y = 2x^3 + 3x^2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = -\frac{1}{12}x - 5\frac{1}{12}; \quad B. y = -\frac{1}{12}x + 5\frac{11}{12}; \quad B. y = -\frac{1}{12}x + 5\frac{1}{12}; \\ \Gamma. y = -12x + 5\frac{1}{12}.$$

6. Знайти інтервали спадання функції $y = \frac{x+1}{x}$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; 0) \cup (0; +\infty); \quad B. (-\infty; 0); \quad B. (0; +\infty); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

7. Знайти інтервали увігнутості функції $y = 5x^3 - 2x^2$.

Відповідь:

$$A. \left(-\frac{2}{15}; \frac{2}{15}\right); \quad B. (-\infty; +\infty); \quad B. \left(\frac{2}{15}; +\infty\right); \quad \Gamma. \left(-\infty; \frac{2}{15}\right).$$

Варіант 31

1. Знайти похідні:

а) $y = 2x^2 + 4x - 1$.

Відповідь:

$$A. 2x + 4; \quad B. 4x^2 + 4; \quad B. 4x - 1; \quad \Gamma. 4x + 4.$$

б) $y = e^x \cdot \ln x$.

Відповідь:

$$A. e^x \cdot \ln x + e^x; \quad B. e^x \cdot \ln x + \frac{e^x}{x}; \quad B. e^x \cdot \ln x - \frac{e^x}{x}; \quad \Gamma. e^x \cdot \ln x + e^x \cdot x.$$

$$B) y = \frac{\sin x}{x+3}.$$

Відповідь:

$$A. \frac{(x+3)\cos x - \sin x}{(x+3)^2}; \quad B. \frac{(x+3)\cos x + \sin x}{(x+3)^2}; \quad B. \frac{(x+3)\sin x - \sin x}{(x+3)^2};$$

$$\Gamma. \frac{(x+3)\cos x - \sin x}{(x+3)}.$$

$$r). y = \arcsin \sqrt{x}.$$

Відповідь:

$$A. \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}}; \quad B. \frac{1}{2\sqrt{x(1+x)}}; \quad B. \frac{1}{2\sqrt{x(1-x^2)}}; \quad \Gamma. \frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\arctg 2x}$.

Відповідь:

$$A. x^{\arctg 2x} \cdot \left(\frac{2 \ln x}{1+4x^2} + \frac{\arctg 2x}{x} \right); \quad B. x^{\arctg 2x} \cdot \left(\frac{\ln x}{1+4x^2} + \frac{\arctg 2x}{x} \right);$$

$$B. \left(\frac{2 \ln x}{1+4x^2} + \frac{\arctg 2x}{x} \right); \quad \Gamma. x^{\arctg 2x} \cdot \left(\frac{2 \ln x}{1+x^2} + \frac{\arctg 2x}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^2 y + y^3 - x = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{1+2xy}{x^2+3y^2}; \quad B. \frac{2xy}{x^2-3y^2}; \quad B. \frac{1-2xy}{x^2-3y^2}; \quad \Gamma. \frac{1-2xy}{x^2+3y^2}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t; \\ y = t^2 - 3t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. -(2t+3)\sin^2 t; \quad B. (2t+3)\sin^2 t; \quad B. \frac{-(2t+3)}{\sin^2 t}; \quad \Gamma. (2t+3)\cos^2 t.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - e^x}{\sin x}$.

Відповідь:

$$A. \ln 5 - 1; \quad B. 5; \quad B. 0; \quad \Gamma. \infty.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x}{x^2 + 4}$.

Відповідь:

$A. x_{\max} = -2; \quad B. x_{\min} = 2; \quad B. x_{\min} = -2, x_{\max} = 2; \quad \Gamma. x_{\max} = 0.$

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = 5x^3 - 2x^2 + 3x$.

Відповідь:

$A. \left(-\infty; -\frac{2}{15}\right); \quad B. \left(-\infty; \frac{2}{15}\right); \quad B. \left(\frac{2}{15}; +\infty\right); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$

Варіант 32

1. Знайти похідні:

а) $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$.

Відповідь:

$A. 3x^2 + x; \quad B. x^2 + 2x; \quad B. \frac{1}{3}x^2 + x; \quad \Gamma. x^2 + x.$

б) $y = e^x \cdot \arccos x$.

Відповідь:

$A. -\frac{e^x}{\sqrt{1-x^2}}; \quad B. e^x \cdot \arccos x - \frac{e^x}{\sqrt{1-x^2}}; \quad B. e^x \cdot \arcsin x - \frac{e^x}{\sqrt{1-x^2}};$
 $\Gamma. e^x \cdot \arccos x - \frac{e^x}{\sqrt{1+x^2}}.$

в) $y = \frac{\cos x}{x^2 + 1}$.

Відповідь:

$A. \frac{\sin x(x^2 + 1) - 2x \cos x}{(x^2 + 1)^2}; \quad B. \frac{-\sin x(x^2 + 1) - 2x \cos x}{(x^2 + 1)^2};$
 $B. \frac{-\sin x(x^2 + 1) - x \cos x}{(x^2 + 1)^2}; \quad \Gamma. \frac{-\sin x(x^2 + 1) + 2x \cos x}{(x^2 + 1)^2}.$

г) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x+1}$.

Відповідь:

$A. \frac{-1}{2(x+2)\sqrt{x+1}}; \quad B. \frac{1}{2(x+2)\sqrt{x+1}}; \quad B. \frac{-1}{2(x+2)\sqrt{x^2+1}};$
 $\Gamma. \frac{-1}{(x+2)\sqrt{x+1}}.$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\ln x)^{x^2}$.

Відповідь:

$$A. (\ln x)^{x^2} \cdot 2x \ln \ln x; \quad B. \left(2x \ln \ln x + \frac{x}{\ln x} \right); \quad B. (\ln x)^{x^2} \cdot \left(2x \cdot \ln x + \frac{x}{\ln x} \right);$$
$$Г. (\ln x)^{x^2} \cdot \left(2x \ln \ln x + \frac{x}{\ln x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $yx - 2x^2 + 2y^2 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{4x+y}{x+4y}; \quad B. \frac{4x-y}{x+4y}; \quad B. -\frac{4x-y}{x+4y}; \quad Г. \frac{2x-y}{x+2y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \cos^2 t; \\ y = 5 \sin t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{5}{2 \sin t}; \quad B. -\frac{5}{2}; \quad B. \frac{-5 \cos t}{2 \sin t}; \quad Г. \frac{-5}{2 \sin t}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопітала $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 5}$.

Відповідь:

$$A. 1; \quad B. \frac{1}{2}; \quad B. \frac{2}{3}; \quad Г. 2.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = x^3 + 3x^2$.

Відповідь:

$$A. x_{\max} = -2; \quad B. x_{\min} = 0; \quad B. x_{\max} = 0; \quad Г. x_{\max} = -2, x_{\min} = 0.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = 6 - 8x^2 - x^3$.

Відповідь:

$$A. \left(-\frac{8}{3}; +\infty \right); \quad B. \left(-\infty; \frac{8}{3} \right); \quad B. (-8; 8); \quad Г. (0; +\infty).$$

Варіант 33

1. Знайти похідні:

а) $y = 3 - 2x + x^2$.

Відповідь:

А. $2x+2$; Б. $2x+3$; В. $x-2$; Г. $2x-2$.

б) $y = \operatorname{tg} x \cdot \ln x$.

Відповідь:

А. $\frac{\ln x}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x}$; Б. $\frac{\ln x}{\cos^2 x} - \frac{\operatorname{tg} x}{x}$; В. $\frac{\ln x}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x}$; Г. $\frac{\ln x}{\cos^2 x} + x \cdot \operatorname{tg} x$.

в) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{1+x}$.

Відповідь:

А. $\frac{1+x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x$; Б. $\frac{1+x}{\cos^2 x} + \operatorname{tg} x$; В. $\frac{1+x^2}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x$; Г. $\frac{1+x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x$.

г) $y = 2^{\cos 2x}$.

Відповідь:

А. $2^{\cos 2x} \cdot (-2 \sin 2x)$; Б. $2^{\cos 2x} \cdot \ln 2 \cdot (-2 \sin 2x)$;

В. $2^{\cos 2x} \cdot \ln 2$; Г. $2^{\cos 2x} \cdot \ln 2 \cdot 2 \sin 2x$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x+1)^{\operatorname{ctg} x}$.

Відповідь:

А. $\left(-\frac{\ln(x+1)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{x+1} \right)$; Б. $(x+1)^{\operatorname{ctg} x} \cdot \left(-\frac{\ln(x+1)}{\sin^2 x} \right)$;
В. $(x+1)^{\operatorname{ctg} x} \cdot \left(-\frac{\ln(x+1)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x+1} \right)$; Г. $(x+1)^{\operatorname{ctg} x} \cdot \left(-\frac{\ln(x+1)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{x+1} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^2 \cdot x + x^3 - 2 = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{y^2 + 3x^2}{2xy}$; Б. $\frac{-y^2 - 3x^2}{xy}$; В. $\frac{-y^2 - 3x^2}{2xy}$; Г. $\frac{-3x}{2y}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \cos^3 t; \\ y = 8 \sin t. \end{cases}$

Відповідь:

А. $\frac{-8}{3 \cos t \sin t}$; Б. $\frac{-8 \cos^2 t}{3 \sin t}$; В. $-8 \cos t \sin t$; Г. $\frac{3 \cos^3 t}{\sin t}$.

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{\sin x}$.

Відповідь:

А. 2; Б. 0; В. 6; Г. 4.

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x^2 + 7}{x + 3}$.

Відповідь:

А. $x_{\max} = 1$; Б. $x_{\min} = 7$; В. $x_{\min} = -3$; Г. $x_{\max} = -7$, $x_{\min} = 1$.

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = x^4 - 2x^2$.

Відповідь:

А. $(-\infty; -1)$; Б. $(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}})$; В. $(0; 2)$; Г. $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Варіант 34

1. Знайти похідні:

а) $y = 2x + 7 + 3x^2$.

Відповідь:

А. $7 + 6x$; Б. $2 + 3x$; В. $2 + 6x^2$; Г. $2 + 6x$.

б) $y = x \cdot \arccos x$.

Відповідь:

А. $\arccos x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$; Б. $\arccos x - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$; В. $\arccos x - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$;

Г. $\arccos x - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

в) $y = \frac{x^3 + 1}{x}$.

Відповідь:

А. $\frac{2x^3 - 1}{x^2}$; Б. $\frac{2x^3 + 1}{x^2}$; В. $\frac{3x^3 - 1}{x^2}$; Г. $\frac{2x^3 - 1}{x}$.

г) $y = \sqrt{\arctg 3x}$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{2\sqrt{\arctg 3x(1+9x^2)}}$; Б. $\frac{3}{\sqrt{\arctg 3x(1+9x^2)}}$; В. $\frac{3}{2\sqrt{\arctg 3x(1+9x^2)}}$;

Г. $\frac{3}{2\sqrt{\arctg 3x(1+x^2)}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\ln x)^x$.

Відповідь:

$$A. (\ln x)^x \cdot (\ln \ln x + \ln x); \quad B. (\ln x)^x \cdot \ln \ln x; \quad B. \left(\ln \ln x + \frac{1}{\ln x} \right);$$

$$Г. (\ln x)^x \cdot \left(\ln \ln x + \frac{1}{\ln x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y \sin x - x \cos y = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{\cos y - y \cos x}{\sin x + x \sin y}; \quad B. \frac{\cos y - y \sin x}{\sin x + x \sin y}; \quad B. \frac{\cos y - y \cos x}{\cos x + x \sin y}; \quad Г. \frac{\cos y + y \cos x}{\sin x - x \sin y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = e^{2t}; \\ y = 5t^2 + 1. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{10t}{e^{2t}}; \quad B. \frac{5t}{e^{2t}}; \quad B. \frac{t}{10e^{2t}}; \quad Г. 5t \cdot e^{2t}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$.

Відповідь:

$$A. -2; \quad B. \frac{1}{2}; \quad B. 1; \quad Г. -\frac{1}{2}.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = x^3 + 2x^2 + x$.

Відповідь:

$$A. x_{\max} = -1, x_{\min} = -\frac{1}{3}; \quad B. x_{\min} = -1; \quad B. x_{\max} = -\frac{1}{3}; \quad Г. x_{\min} = -3.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; -\frac{2}{3} \right); \quad B. \left(\frac{2}{3}; +\infty \right); \quad B. (-2; 2); \quad Г. \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right).$$

Варіант 35

1. Знайти похідні:

а) $y = 3x + 2 + 5x^2$.

Відповідь:

A. $3-10x$; B. $3+5x$; B. $3+10x$; Г. $2+10x$.

б) $y = x \cdot \operatorname{ctgx}$.

Відповідь:

A. $-\frac{x}{\sin^2 x}$; B. $\operatorname{ctgx} - \frac{1}{\sin^2 x}$; B. $\operatorname{ctgx} + \frac{x}{\sin^2 x}$; Г. $\operatorname{ctgx} - \frac{x}{\sin^2 x}$.

в) $y = \frac{e^x}{x+10}$.

Відповідь:

A. $\frac{e^x \cdot (x+9)}{(x+10)^2}$; B. $\frac{e^x + (x+9)}{(x+10)^2}$; B. $\frac{e^x}{(x+10)^2}$; Г. $\frac{e^x \cdot (x^2+9)}{(x+10)^2}$.

г) $y = \arcsin^2 \sqrt{x}$.

Відповідь:

A. $\frac{2 \arcsin x}{\sqrt{x \cdot (1-x)}}$; B. $\frac{\arcsin x}{\sqrt{x \cdot (1+x)}}$; B. $\frac{\arcsin x}{2\sqrt{x \cdot (1-x)}}$; Г. $\frac{\arcsin x}{\sqrt{x \cdot (1-x)}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sin 2x}$.

Відповідь:

A. $\left(2 \cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{x} \right)$; B. $x^{\sin 2x} \cdot \left(\cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{x} \right)$;
B. $x^{\sin 2x} \cdot \left(2 \cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{x} \right)$; Г. $x^{\sin 2x} \cdot \left(2 \cos 2x \cdot \ln x + \frac{\sin 2x}{\ln x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy^3 + yx^3 = 10$.

Відповідь:

A. $\frac{-y^3 - 3yx^2}{3xy^2 + x^3}$; B. $\frac{y^3 + 3yx^2}{3xy^2 + x^3}$; B. $\frac{-y^3 - 3yx^2}{3xy^2 - x^2}$; Г. $\frac{-3y^3 - yx^2}{3xy^2 + x^3}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \cos^2 t; \\ y = \sin t + 1. \end{cases}$

Відповідь:

A. $-\frac{1}{2} \operatorname{ctgt}$; B. $\frac{-1}{\sin t}$; B. $\frac{-1}{2 \sin t}$; Г. $-2 \sin t$.

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - e^x}{\sin x}$.

Відповідь:

А. $\ln 5 - 1$; Б. 5; В. 0; Г. ∞ .

6. Знайти точки екстремуму функції $y = x^3 - 3x^2$.

Відповідь:

А. $x_{\min} = 1, x_{\max} = 0$; Б. $x_{\max} = 2$; В. $x_{\min} = 0$; Г. $x_{\max} = 0, x_{\min} = 2$.

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = e^x - \frac{1}{2}x^2$.

Відповідь:

А. $(0; +\infty)$; Б. $(0; 1)$; В. $(-\infty; 0)$; Г. $(-\infty; 1)$.

Варіант 36

1. Знайти похідні:

а) $y = 6x^5 - 3x^4 + 2$.

Відповідь:

А. $6x^4 - 12x^3$; Б. $30x^4 - 3x^3$; В. $30x^4 - 12x^3$; Г. $30x^4 - 12x^3 + 2$.

б) $y = x \cdot \sin 3x$.

Відповідь:

А. $3x \cos 3x$; Б. $\sin 3x + x \cos 3x$; В. $\sin x + 3x \cos 3x$; Г. $\sin 3x + 3x \cos 3x$.

в) $y = \frac{x-1}{x^2+2}$.

Відповідь:

А. $\frac{(x^2+2)-(x-1)2x}{(x^2+2)^2}$; Б. $(x^2+2)-(x-1)2x$; В. $\frac{2(x^2+2)-(x-1)2x}{(x^2+2)^2}$;

Г. $\frac{(x^2+2)+(x-1)2x}{(x^2+2)^2}$.

г) $y = \arctg^2 \sin x$.

Відповідь:

А. $2 \arctg \sin x \cdot \cos x$; Б. $\frac{2 \arctg \sin x \cdot \cos x}{1 + \sin^2 x}$; В. $\frac{2 \arctg \sin x}{1 + \sin^2 x}$;

Г. $\frac{\arctg \sin x \cdot \cos x}{1 + \sin^2 x}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\sqrt{x}}$.

Відповідь:

$$A. x^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right); \quad B. x^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2x} \right); \quad B. x^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right);$$

$$\Gamma. \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $\sin y \cdot x + y^2 - x^2 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{2x + \sin y}{x \cos y + 2y}; \quad B. \frac{2x - \sin y}{\cos y + 2y}; \quad B. \frac{2x - \sin y}{x \cos y + 2y}; \quad \Gamma. \frac{-\sin y}{x \cos y + 2y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \ln t + 1; \\ y = \sin^2 t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. 2t \cdot \cos t \sin t; \quad B. 2 \sin t \cos t; \quad B. 2t \sin t; \quad \Gamma. 2t \cdot \cos t.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-5x} - e^{5x}}{2 \sin x}$.

Відповідь:

$$A. 5; \quad B. -10; \quad B. -\frac{5}{2}; \quad \Gamma. -5.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = 2x^3 + 6x^2$.

Відповідь:

$$A. x_{\min} = -2, x_{\max} = 0; \quad B. x_{\max} = -2, x_{\min} = 0; \quad B. x_{\min} = -2; \quad \Gamma. x_{\max} = 0.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = \frac{x}{x-1}$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; +\infty); \quad B. (-1; 1); \quad B. (1; +\infty); \quad \Gamma. (-\infty; 1).$$

Варіант 37

1. Знайти похідні:

а) $y = 5x^3 + 2x^2 - 1$.

Відповідь:

$$A. 5x^2 + 4x; \quad B. 15x^2 + 4x - 1; \quad B. 15x^2 + 4; \quad \Gamma. 15x^2 + 4x.$$

б) $y = x^2 \cdot \cos x$.

Відповідь:

А. $2x \cos x - x^2 \sin x$; Б. $2x \cos x + x^2 \sin x$; В. $2x \cos x + x^2 \cos x$;
Г. $2x \cos x - x^2 \cos x$.

В) $y = \frac{x}{x^3 - 1}$.

Відповідь:

А. $\frac{4x^3 - 1}{(x^3 - 1)^2}$; Б. $\frac{-2x^3 + 1}{(x^3 - 1)^2}$; В. $\frac{-2x^3 - 1}{(x^3 - 1)^2}$; Г. $\frac{-2x^3 - 2}{(x^3 - 1)^2}$.

Г) $y = \operatorname{tg}^3 \sqrt{x}$.

Відповідь:

А. $\frac{3 \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}{\cos^2 \sqrt{x}}$; Б. $\frac{3 \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}}$; В. $\frac{3 \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}$; Г. $\frac{\operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x - 1)^{\sin x}$.

Відповідь:

А. $\left(\cos x \ln(x - 1) + \frac{\sin x}{x - 1} \right)$; Б. $(x - 1)^{\sin x} \cdot \cos x \ln(x - 1)$;
В. $(x - 1)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \ln(x - 1) - \frac{\cos x}{x - 1} \right)$; Г. $(x - 1)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \ln(x - 1) + \frac{\sin x}{x - 1} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $e^y x + y^5 - x^2 = 3$.

Відповідь:

А. $\frac{3 - e^y}{xe^y + 5y^4}$; Б. $\frac{3x - e^y}{xe^y}$; В. $\frac{3x - e^y}{5y^4}$; Г. $\frac{3x - e^y}{xe^y + 5y^4}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arcsin t; \\ y = t^2 + 1. \end{cases}$

Відповідь:

А. $2t\sqrt{1 - t^2}$; Б. $\frac{2t}{\sqrt{1 - t^2}}$; В. $-2t\sqrt{1 - t^2}$; Г. $2t\sqrt{1 + t^2}$.

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 5x^2}{1 - \cos x}$.

Відповідь:

А. 5; Б. 10; В. 2; Г. 0.

6. Знайти точки екстремуму функції $y = 4x^3 + 3x^2$.

Відповідь:

$A. x_{\max} = -\frac{1}{2}; \quad B. x_{\max} = -\frac{1}{2}, x_{\min} = 0; \quad B. x_{\min} = -\frac{1}{2}, x_{\max} = 0;$
 $\Gamma. x_{\min} = 0.$

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = 2e^x - x^2$.

Відповідь:

$A. (2; 4); \quad B. (0; +\infty); \quad B. (-\infty; 0); \quad \Gamma. (0; 2).$

Варіант 38

1. Знайти похідні:

а) $y = 3x^5 + 2x^3 - 1$.

Відповідь:

$A. 8x^4 + 6x^2; \quad B. 15x^4 + 6x^2; \quad B. 15x^4 + 3x^2; \quad \Gamma. 15x^4 + 6x^2 - 1.$

б) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$.

Відповідь:

$A. \operatorname{tg} x + \frac{x}{\cos^2 x}; \quad B. \operatorname{tg} x + \frac{x}{\sin^2 x}; \quad B. \operatorname{tg}^2 x + \frac{x}{\cos^2 x}; \quad \Gamma. \frac{x}{\cos^2 x}.$

в) $y = \frac{x}{e^x}$.

Відповідь:

$A. \frac{e^x - xe^x}{e^x}; \quad B. \frac{e^x + xe^x}{e^{2x}}; \quad B. e^x - xe^x; \quad \Gamma. \frac{e^x - xe^x}{e^{2x}}.$

г) $y = \operatorname{arctg}^5 x$.

Відповідь:

$A. \frac{5\operatorname{arctg} x}{1+x^2}; \quad B. \frac{5\operatorname{arctg}^4 x}{1+x^4}; \quad B. \frac{5\operatorname{arctg}^4 x}{1+x^2}; \quad \Gamma. 5\operatorname{arctg}^4 x.$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\arcsin x)^x$.

Відповідь:

$A. \left(\ln \arcsin x + \frac{x}{2 \arcsin x \sqrt{1-x^2}} \right); \quad B. (\arcsin x)^x \cdot \left(\ln \arcsin x + \frac{x}{2 \arcsin x} \right);$

$B. (\arcsin x)^x \cdot \left(\arcsin x + \frac{x}{2 \arcsin x \sqrt{1-x^2}} \right);$

$$\Gamma. (\arcsin x)^x \cdot \left(\ln \arcsin x + \frac{x}{\arcsin x \sqrt{1-x^2}} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x \cos y - x - y = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{1 - \cos y}{x \sin y - 1}; \quad B. \frac{1 - \cos y}{-x \sin y}; \quad B. \frac{\cos y}{-x \sin y - 1}; \quad \Gamma. \frac{1 - \cos y}{-x \sin y - 1}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \cos^3 t; \\ y = \sin^2 t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \operatorname{tg} t; \quad B. \frac{-2}{3 \cos t}; \quad B. \frac{-2 \sin t}{3}; \quad \Gamma. -\frac{2}{3} \cos t.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 15}$.

Відповідь:

$$A. \frac{7}{8}; \quad B. \frac{2}{3}; \quad B. 1\frac{1}{2}; \quad \Gamma. 1.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{1}{x^2 - 4}$.

Відповідь:

$$A. x_{\max} = 2; \quad B. x_{\min} = -2; \quad B. x_{\max} = 0; \quad \Gamma. x_{\max} = 4.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = 3 - 4x^2 + x^3$.

Відповідь:

$$A. \left(\frac{4}{3}; +\infty \right); \quad B. \left(-\infty; 1\frac{1}{3} \right); \quad B. (-1; 1); \quad \Gamma. (-\infty; +\infty).$$

Варіант 39

1. Знайти похідні:

а) $y = 6x^2 - 3x^3$.

Відповідь:

$$A. 12x^2 - 9x^2; \quad B. 12x - 9x^2; \quad B. 12x + 9x^2; \quad \Gamma. 12x - 9x.$$

б) $y = x \cdot \operatorname{ctg} x$.

Відповідь:

$$A. \operatorname{ctgx} - \frac{x}{\sin^2 x}; \quad B. \operatorname{ctgx} + \frac{x}{\sin^2 x}; \quad B. \operatorname{ctgx} - \frac{x}{\cos^2 x}; \quad \Gamma. -\frac{x}{\sin^2 x}.$$

$$\text{в). } y = \frac{\sin x}{x-1}.$$

Відповідь:

$$A. \frac{\cos x - \sin x}{(x-1)^2}; \quad B. \frac{(x-1)\cos x - \sin x}{(x-1)^2}; \quad B. \frac{(x-1)\cos x}{(x-1)^2};$$

$$\Gamma. (x-1)\cos x - \sin x.$$

$$\text{г). } y = 5^{\sin x}.$$

Відповідь:

$$A. 5^{\cos x} \cdot \ln 5; \quad B. 5^{\sin x} \cdot \cos x; \quad B. 5^{\sin x} \cdot \ln 5 \cdot \sin x; \quad \Gamma. 5^{\sin x} \cdot \ln 5 \cdot \cos x.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\cos x)^{\sqrt{x}}$.

Відповідь:

$$A. (\cos x)^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln \cos x}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} \cdot \sin x}{\cos x} \right); \quad B. (\cos x)^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln \cos x}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} \cdot \sin x}{\cos x} \right);$$

$$B. (\cos x)^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln \cos x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} \cdot \sin x}{\cos x} \right); \quad \Gamma. \left(\frac{\ln \cos x}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} \cdot \sin x}{\cos x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^2 y + yx - x = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{2xy - y}{x^2 + x}; \quad B. \frac{1 - 2xy}{x^2 + x}; \quad B. \frac{1 - 2xy - y}{x^2 + x}; \quad \Gamma. 1 - 2xy - y.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = 5^t; \\ y = t^2 + 1. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{2t}{5^t \cdot \ln 5}; \quad B. \frac{1}{5^t \cdot \ln 5}; \quad B. \frac{2t}{5^t}; \quad \Gamma. 2t \cdot 5^t \cdot \ln 5.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 - 8x + 12}$.

Відповідь:

$$A. 2; \quad B. \frac{1}{2}; \quad B. -1; \quad \Gamma. 1.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x}{x-3}$.

Відповідь:

А. $(-\infty; 3)$; Б. $(3; +\infty)$; В. $(-3; 3)$; Г. Не існує.

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = -2x^3 + 3x^2$.

Відповідь:

А. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$; Б. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; В. $(-2; 3)$; Г. $(2; +\infty)$.

Варіант 40

1. Знайти похідні:

а) $y = x^4 - 3x^2 - 1$.

Відповідь:

А. $4x^3 - 6x$; Б. $4x^3 - 6x - 1$; В. $4x^3 - 3x$; Г. $x^3 - 6x$.

б) $y = x^2 \cdot \sin x$.

Відповідь:

А. $2x \cdot \cos x$; Б. $2x \cdot \cos x + x^2 \cdot \cos x$; В. $2x \cdot \sin x + \cos x$;

Г. $2x \cdot \sin x + x^2 \cdot \cos x$.

в) $y = \frac{e^x}{x-4}$.

Відповідь:

А. $\frac{e^x(x-4) + e^x}{(x-4)^2}$; Б. $\frac{e^x(x-4) - e^x}{(x-4)^2}$; В. $\frac{e^x(x-4)}{(x-4)^2}$; Г. $e^x(x-4) - e^x$.

г) $y = \sqrt{\arccos x}$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{2\sqrt{\arccos x} \cdot \sqrt{1-x^2}}$; Б. $\frac{-1}{\sqrt{\arccos x} \cdot \sqrt{1-x^2}}$; В. $\frac{-1}{2\sqrt{\arccos x}}$;

Г. $\frac{-1}{2\sqrt{\arccos x} \cdot \sqrt{1-x^2}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = x^{\operatorname{ctg} x}$.

Відповідь:

А. $x^{\operatorname{ctg} x} \cdot \left(\frac{\ln x}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{x} \right)$; Б. $x^{\operatorname{ctg} x} \cdot \left(\frac{-\ln x}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{x} \right)$;

$$B. \left(\frac{-\ln x}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{x} \right); \quad \Gamma. x^{\operatorname{ctg} x} \cdot \left(\frac{-\ln x}{\sin^2 x} + \operatorname{ctg} x \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy^2 - y + x^3 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{3x^2 + y^2}{2xy - 1}; \quad B. \frac{-y^2}{2xy - 1}; \quad B. \frac{-3x^2 - y^2}{2xy - 1}; \quad \Gamma. \frac{-3x^2 - y^2}{2xy}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arctg t; \\ y = \arcsin t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. (1+t^2) \cdot \sqrt{1-t^2}; \quad B. \frac{1+t^2}{\sqrt{1-t^2}}; \quad B. -\frac{1+t^2}{\sqrt{1-t^2}}; \quad \Gamma. \sqrt{1-t^4}.$$

5. Обчислити границі за допомогою правила Лопіталя $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x^2 - 1}$.

Відповідь:

$$A. 2e; \quad B. 2; \quad B. \frac{e}{2}; \quad \Gamma. e.$$

6. Знайти точки екстремуму функції $y = \frac{x^3}{x-1}$.

Відповідь:

$$A. x_{\min} = 1; \quad B. x_{\max} = 0; \quad B. x_{\min} = 1,5; \quad \Gamma. x_{\min} = 0.$$

7. Знайти інтервали опуклості функції: $y = x - x^2 + 2x^3$.

Відповідь:

$$A. \left(-\infty; \frac{1}{6} \right); \quad B. \left(\frac{1}{6}; +\infty \right); \quad B. (-\infty; 1); \quad \Gamma. (1; 6).$$

Варіант 41

1. Знайти похідні:

а) $y = -2x + 3x^3 - 4$.

Відповідь:

$$A. 9x^2 - 4; \quad B. 9x^2 - 2; \quad B. 9x^2 - 2x; \quad \Gamma. 9x - 2.$$

б) $y = x^3 \cdot \cos x$.

Відповідь:

А. $3x^2 \sin x$; Б. $3x^2 \cos x + x^3 \sin x$; В. $3x^2 \cos x - x^3 \sin x$;
Г. $x^2 \cos x - x^3 \sin x$.

В) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$.

Відповідь:

А. $\frac{x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$; Б. $\frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$; В. $\frac{-x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$; Г. $\frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)}$.

Г) $y = \operatorname{ctg} \sqrt{x}$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{2\sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}$; Б. $\frac{-1}{\sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}$; В. $\frac{-1}{\sin^2 \sqrt{x}}$; Г. $\frac{-1}{2\sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x - 2)^{\operatorname{tg} x}$.

Відповідь:

А. $(x - 2)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln(x - 2)}{\sin^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x - 2} \right)$; Б. $(x - 2)^{\operatorname{tg} x} \cdot \frac{\ln(x - 2)}{\cos^2 x}$;
В. $(x - 2)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln(x - 2)}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x - 2} \right)$; Г. $\left(\frac{\ln(x - 2)}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x - 2} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $yx - x^2 - y^3 = 0$.

Відповідь:

А. $\frac{x - y}{2x - 3y^2}$; Б. $\frac{2x - y}{x - 3y^2}$; В. $\frac{2x - y}{2x - 3y^2}$; Г. $\frac{2x - y^3}{x^2 - 3y^2}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t; \\ y = \operatorname{arccos} t. \end{cases}$

Відповідь:

А. $\frac{1 + t^2}{\sqrt{1 - t^2}}$; Б. $\frac{\sqrt{1 - t^2}}{1 + t^2}$; В. $-\frac{1 + t^2}{\sqrt{1 - t^2}}$; Г. $(1 + t^2) \cdot \sqrt{1 - t^2}$.

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 3x^2 + 5x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

А. $y = 11x - 3$; Б. $y = 11x$; В. $y = \frac{1}{11}x + 5$; Г. $y = 6x + 5$.

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x}{x + 1}$.

Відповідь:

А. $(-\infty; -1)$; Б. $(-1; +\infty)$; В. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$; Г. $(-1; 1)$.

7. Знайти точки перегину функції $y = 5x - x^2 + 2x^3$.

Відповідь:

А. 6; Б. $\frac{1}{6}$; В. 0; Г. $\frac{1}{3}$.

Варіант 42

1. Знайти похідні:

а) $y = x^5 - 2x^3 + 1$.

Відповідь:

А. $5x^4 - 2x^2$; Б. $x^4 - 6x^2$; В. $5x^4 - 6x^2$; Г. $5x^4 - 6x^2 + 1$.

б) $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x$.

Відповідь:

А. $\frac{\operatorname{tg} x}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\cos^2 x}$; Б. $\frac{\operatorname{tg} x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\cos^2 x}$; В. $2\sqrt{x} \cdot \cos^2 x$; Г. $\frac{\operatorname{tg} x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sin^2 x}$.

в) $y = \frac{\cos x}{x - 2}$.

Відповідь:

А. $\frac{-\sin x(x - 2)}{(x - 2)^2}$; Б. $\frac{\sin x(x - 2) - \cos x}{(x - 2)^2}$; В. $\frac{-\sin x(x - 2) - \cos x}{(x - 2)^2}$;

Г. $-\sin x(x - 2) - \cos x$.

г) $y = \arcsin^5 x$.

Відповідь:

А. $\frac{5 \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}}$; Б. $\frac{5 \arcsin^4 x}{\sqrt{1 + x^2}}$; В. $\frac{5 \arcsin^4 x}{\sqrt{1 - x^2}}$; Г. $\frac{\arcsin^4 x}{\sqrt{1 - x^2}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\operatorname{ctg} x)^{x^2}$.

Відповідь:

А. $(\operatorname{ctg} x)^{x^2} \cdot \left(2x \cdot \ln \operatorname{ctg} x - \frac{x^2}{\operatorname{ctg} x \cdot \sin^2 x} \right)$; Б. $(\operatorname{ctg} x)^{x^2} \cdot (2x \cdot \ln \operatorname{ctg} x)$;
В. $(\operatorname{ctg} x)^{x^2} \cdot \left(2x \cdot \ln \operatorname{ctg} x + \frac{x^2}{\operatorname{ctg} x \cdot \sin^2 x} \right)$; Г. $\left(2x \cdot \ln \operatorname{ctg} x - \frac{x^2}{\operatorname{ctg} x \cdot \sin^2 x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y^3 - x^2 + xy = 5$.

Відповідь:

$$A. \frac{y}{3y^2 + x}; \quad B. \frac{2x}{3y^2 + x}; \quad B. \frac{2x + y}{3y^2 + x}; \quad \Gamma. \frac{2x + y}{3y^2}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = e^{2t}; \\ y = t^2 - t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{2t+1}{2 \cdot e^{2t}}; \quad B. \frac{t}{e^{2t}}; \quad B. \frac{2t-1}{e^{2t}}; \quad \Gamma. \frac{2t-1}{2 \cdot e^{2t}}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 3x^2 + 2x + 4$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 8x; \quad B. y = 8x + 1; \quad B. y = \frac{1}{8}x - 1; \quad \Gamma. y = 6x + 2.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x^3}{x-1}$.

Відповідь:

$$A. (1; 1,5); \quad B. (1,5; +\infty); \quad B. (-\infty; 0); \quad \Gamma. (0; 1).$$

7. Знайти точки перегину функції $y = x^3 + 5x^2$.

Відповідь:

$$A. \frac{1}{5}; \quad B. -\frac{5}{3}; \quad B. \frac{3}{2}; \quad \Gamma. -5.$$

Варіант 43

1. Знайти похідні:

а) $y = 2x^2 - 4x + 1$.

Відповідь:

$$A. 4x + 1; \quad B. 4x - 4; \quad B. 4x^2 - 4; \quad \Gamma. 2x - 4.$$

б) $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{ctgx}$.

Відповідь:

$$A. \frac{\operatorname{ctgx}}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sin^2 x}; \quad B. -2\sqrt{x} \cdot \sin^2 x; \quad B. \frac{\operatorname{ctgx}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sin^2 x}; \quad \Gamma. \frac{\operatorname{ctgx}}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\cos^2 x}.$$

в) $y = \frac{\sin x}{x-3}$.

Відповідь:

$$A. \frac{\sin x}{(x-3)^2}; \quad B. \frac{\cos x \cdot (x-3) - \sin x}{(x-3)^2}; \quad B. \frac{\cos x - \sin x}{(x-3)^2};$$

$$\Gamma. \frac{\cos x \cdot (x-3) - \cos x}{(x-3)^2}.$$

г) $y = 7^{\arcsin x}$.

Відповідь:

$$A. \frac{7^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}; \quad B. \frac{7^{\arcsin x} \cdot \ln 7}{\sqrt{x^2-1}}; \quad B. 7^{\arcsin x} \cdot \ln 7; \quad \Gamma. \frac{7^{\arcsin x} \cdot \ln 7}{\sqrt{1-x^2}}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\operatorname{tg} x)^{x^3}$.

Відповідь:

$$A. (\operatorname{tg} x)^{x^3} \cdot \left(3x^2 \ln \operatorname{tg} x + \frac{x^3}{\cos^2 x} \right); \quad B. (\operatorname{tg} x)^{x^3} \cdot 3x^2 \ln \operatorname{tg} x;$$

$$B. (\operatorname{tg} x)^{x^3} \cdot \left(3x^2 \ln \operatorname{tg} x + \frac{x^3}{\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x} \right); \quad \Gamma. \left(3x^2 \ln \operatorname{tg} x + \frac{x^3}{\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^2 y - y^2 + x = 1$.

Відповідь:

$$A. \frac{-2xy}{x^2 - 2y}; \quad B. \frac{-2xy - 1}{-2y}; \quad B. \frac{-2xy - 1}{x^2 - 2y}; \quad \Gamma. \frac{-2xy + 1}{x^2 + 2y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arctg t; \\ y = 3t. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. t^2 + 1; \quad B. \frac{3}{t^2 + 1}; \quad B. 3t(t^2 + 1); \quad \Gamma. 3(t^2 + 1).$$

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 5x^2 + 3x + 2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 10x + 3; \quad B. y = \frac{1}{13}x - 3; \quad B. y = 13x - 3; \quad \Gamma. y = 13x.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; 0); \quad B. (0; +\infty); \quad B. (-1; 1); \quad \Gamma. (1; +\infty).$$

7. Знайти точки перегину функції $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$.

Відповідь:

А. -3 ; Б. 1 ; В. $\frac{1}{2}$; Г. 2 .

Варіант 44

1. Знайти похідні:

а) $y = 2 - 3x^5 + 6x^4$.

Відповідь:

А. $-15x^4 + 24x^3$; Б. $-3x^4 + 24x^3$; В. $-15x^4 + 24x^3 + 2$; Г. $-15x^4 + 12x^3$.

б) $y = x^4 \cdot \operatorname{arctg} x$.

Відповідь:

А. $4x^3 \operatorname{arctg} x$; Б. $4x^3 \operatorname{arctg} x + \frac{x^4}{1+x^2}$; В. $\frac{x^4}{1+x^2}$; Г. $\frac{4x^3 \operatorname{arctg} x}{1+x^2}$.

в) $y = \frac{\sin x}{x+5}$.

Відповідь:

А. $\frac{(x+5) \cdot \cos x - \sin x}{(x+5)^2}$; Б. $\frac{(x+5) \cdot \cos x + \sin x}{(x+5)^2}$; В. $\frac{(x+5) \cdot \cos x - \sin x}{(x+5)^4}$;

Г. $\frac{\cos x - \sin x}{(x+5)^2}$.

г) $y = e^{\arcsin x}$.

Відповідь:

А. $\frac{\sqrt{1-x^2}}{e^{\arcsin x}}$; Б. $e^{\arcsin x}$; В. $\frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}$; Г. $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\operatorname{arctg} x)^x$.

Відповідь:

А. $(\operatorname{arctg} x)^x \cdot \left(\ln \operatorname{arctg} x + \frac{x}{\operatorname{arctg} x} \right)$; Б. $\left(\ln \operatorname{arctg} x + \frac{x}{\operatorname{arctg} x \cdot (1+x^2)} \right)$;

В. $(\operatorname{arctg} x)^x \cdot \left(\frac{x}{\operatorname{arctg} x \cdot (1+x^2)} \right)$; Г. $(\operatorname{arctg} x)^x \cdot \left(\ln \operatorname{arctg} x + \frac{x}{\operatorname{arctg} x \cdot (1+x^2)} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $y \sin x - x \sin y = 0$.

Відповідь:

A. $\frac{\sin y - y \cos x}{\sin x - x \cos y}$; B. $\frac{\sin y - y \cos x}{x \cos y}$; B. $\frac{\sin y}{\sin x - x \cos y}$; Г. $\frac{\sin y + y \cos x}{\sin x - x \cos y}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \cos 2t; \\ y = t^2. \end{cases}$

Відповідь:

A. $-t \sin 2t$; B. $-\frac{t}{2 \sin 2t}$; B. $-\frac{2t}{\sin 2t}$; Г. $-\frac{t}{\sin 2t}$.

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = x^2 + 3x + 2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

A. $y = 2x + 3$; B. $y = 5x + 1$; B. $y = 5x$; Г. $y = \frac{1}{5}x + 2$.

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x-10}{x^2}$.

Відповідь:

A. $(-\infty; 0)$; B. $(20; +\infty)$; B. $(0; 20)$; Г. $(-\infty; +\infty)$.

7. Знайти точки перегину функції $y = 6x + 3x^2 + 4x^3$.

Відповідь:

A. 6; B. $-\frac{1}{4}$; B. -1; Г. 4.

Варіант 45

1. Знайти похідні:

а) $y = 2 - x^3 + 7x^4$.

Відповідь:

A. $3x^2 + 28x^3$; B. $-3x^2 - 28x^3$; B. $-3x^2 + 28x^3$; Г. $-3x^2 + 7x^3$.

б) $y = x^2 \cdot \ln x$.

Відповідь:

A. $2x \ln x - x$; B. $x \ln x + x$; B. $2x \ln x + 5x$; Г. $2x \ln x + x$.

в) $y = \frac{\arctg x}{x+1}$.

Відповідь:

$$A. \frac{\frac{x+1}{1+x^2} - \operatorname{arctg} x}{(x+1)^2}; \quad B. \frac{(x+1) - \operatorname{arctg} x}{(x+1)^2}; \quad B. \frac{\frac{1}{1+x^2} - \operatorname{arctg} x}{(x+1)^2};$$

$$Г. \frac{1 - \operatorname{arctg} x}{(x+1)^2}.$$

$$г) y = 2^{\cos^3 x}.$$

Відповідь:

$$A. 3 \cos^2 x \cdot (-\sin x); \quad B. -3 \cdot 2^{\cos^3 x} \cdot \ln 2 \cdot \cos^2 x \cdot \sin x; \quad B. 2^{\cos^3 x} \cdot \ln 2;$$

$$Г. 3 \cdot 2^{\cos^3 x} \cdot \ln 2.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$.

Відповідь:

$$A. (\operatorname{tg} x)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln \operatorname{tg} x + \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x} \right); \quad B. (\operatorname{tg} x)^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln \operatorname{tg} x;$$

$$B. (\operatorname{tg} x)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln \operatorname{tg} x + \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \right); \quad Г. \left(\cos x \cdot \ln \operatorname{tg} x + \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x \cdot \cos y + y^3 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{\cos y}{3y^2 - x \cdot \sin y}; \quad B. \frac{-\cos y}{x \cdot \sin y}; \quad B. \frac{-\cos y}{3y^2 + x \cdot \sin y}; \quad Г. \frac{-\cos y}{3y^2 - x \cdot \sin y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \sin 3t; \\ y = t^3. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{\cos 3t}{t^2}; \quad B. \frac{t^2}{3 \cos 3t}; \quad B. \frac{t^2}{\cos 3t}; \quad Г. \frac{3t^2}{\cos 3t}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 3x^2 + 4x - 1$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = \frac{1}{10}x; \quad B. y = 10x - 4; \quad B. y = 10x; \quad Г. y = -4x.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = x^2 \cdot e^x$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; -2); \quad B. (-\infty; -2) \cup (0; +\infty); \quad B. (0; +\infty); \quad Г. (-2; 0).$$

7. Знайти точки перегину функції $y = -5x^3 + x^2 - 1$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{15}$; Б. 15; В. 2; Г. -1.

Варіант 46

1. Знайти похідні:

а) $y = 5x^2 + 4x^3 - 1$.

Відповідь:

А. $10x + 4x^2$; Б. $10x + 12x^2$; В. $20x + 12x^2$; Г. $10x + 12x^2 - 1$.

б) $y = 3^x \cdot \sin x$.

Відповідь:

А. $3^x \ln 3 \sin x + 3^x \cos x$; Б. $3^x \sin x + 3^x \cos x$; В. $3^x \ln 3 \sin x$;

Г. $3^x \ln 3 \sin x + \cos x$.

в) $y = \frac{\ln x}{x+10}$.

Відповідь:

А. $\frac{(x+10) - \ln x}{(x+10)^2}$; Б. $\frac{\frac{1}{x} \cdot (x+10) + \ln x}{(x+10)^2}$; В. $\frac{\frac{1}{x} \cdot (x+10) - \ln x}{(x+10)^2}$; Г. $\frac{\frac{1}{x} - \ln x}{(x+10)^2}$.

г) $y = \ln \arccos x$.

Відповідь:

А. $\frac{-\sqrt{1-x^2}}{\arccos x}$; Б. $\frac{-1}{\arccos x \cdot \sqrt{1-x^2}}$; В. $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$; Г. $\frac{-1}{\arccos x}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\cos x)^{\sin x}$.

Відповідь:

А. $(\cos x)^{\sin x} \cdot \left(\sin x \ln \cos x - \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right)$; Б. $(\cos x)^{\sin x} \cdot \cos x \ln \cos x$;

В. $\left(\cos x \ln \cos x - \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right)$; Г. $(\cos x)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \ln \cos x - \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy^2 - yx^2 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{2yx}{2xy - x^2}; \quad B. \frac{2yx - y^2}{2xy}; \quad B. \frac{2yx - y^2}{2xy - x^2}; \quad \Gamma. 2yx - y^2.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \operatorname{tg} 3t; \\ y = t^3 + 1. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. 3t^2 \cdot \cos^2 3t; \quad B. \frac{3t^2}{\cos^2 3t}; \quad B. \frac{t^2}{\cos^2 3t}; \quad \Gamma. t^2 \cdot \cos^2 3t.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 6x^2 + 3x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 12x + 3; \quad B. y = 15x - 6; \quad B. y = \frac{1}{15}x + 3; \quad \Gamma. y = 15x.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x-1}{x^2}$.

Відповідь:

$$A. (0; 2); \quad B. (-\infty; 0); \quad B. (2; +\infty); \quad \Gamma. (1; 0).$$

7. Знайти точки перегину функції $y = 8x^3 + 6x^2 - 1$.

Відповідь:

$$A. -\frac{1}{4}; \quad B. 4; \quad B. -1; \quad \Gamma. 6.$$

Варіант 47

1. Знайти похідні:

а) $y = 3x^2 + 8x - 1$.

Відповідь:

$$A. 3x + 8; \quad B. 6x + 8; \quad B. 6x^2 + 8; \quad \Gamma. 6x + 7.$$

б) $y = x^5 \cdot \cos x$.

Відповідь:

$$A. 5x^4 \cos x + x^5 \sin x; \quad B. x^4 \cos x - x^5 \sin x; \quad B. 5x^4 \sin x - x^5 \sin x; \\ \Gamma. 5x^4 \cos x - x^5 \sin x.$$

в) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 + 1}$.

Відповідь:

$$A. \frac{\frac{x^2+1}{\cos^2 x} - 2x \operatorname{tg} x}{(x^2+1)^2}; \quad B. \frac{\frac{x^2+1}{\cos^2 x} + 2x \operatorname{tg} x}{(x^2+1)^2}; \quad B. 2x \cos^2 x; \quad \Gamma. \frac{x^2+1}{\cos^2 x} - 2x \operatorname{tg} x.$$

г) $y = \operatorname{arctg}^3 x$.

Відповідь:

$$A. 3 \operatorname{arctg}^2 x; \quad B. 3 \operatorname{arctg}^2 x \cdot (1+x^2); \quad B. \frac{3 \operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2}; \quad \Gamma. \frac{3}{1+x^2}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\sin x)^{x^2}$.

Відповідь:

$$A. (2x \ln \sin x + x^2 \cdot \operatorname{ctg} x); \quad B. (\sin x)^{x^2} \cdot (2x \ln \sin x + x^2 \cdot \operatorname{ctg} x); \\ B. (\sin x)^{x^2} \cdot (2x \ln \sin x + x^2 \cdot \cos x); \quad \Gamma. (\sin x)^{x^2} \cdot (2x \ln \sin x + x^2 \cdot \sin x).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^3 + x^2 y + y^2 = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{3x^2 - 2xy}{x^2 + 2y}; \quad B. \frac{-3x^2}{x^2 + 2y}; \quad B. \frac{-3x^2 - 2xy}{x^2 + 2y}; \quad \Gamma. \frac{-3x^2 - 2xy}{2y}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = e^{3t}; \\ y = t^3. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{t^2}{e^{3t}}; \quad B. \frac{3t^2}{e^{3t}}; \quad B. \frac{t^2}{3e^{3t}}; \quad \Gamma. t^2 \cdot e^{3t}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = x^3 + 3x^2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 9x; \quad B. y = 9x - 5; \quad B. y = 3x^2 + 6x; \quad \Gamma. y = \frac{1}{9}x - 5.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x^2}{x-5}$.

Відповідь:

$$A. (-\infty; 0); \quad B. (10; +\infty); \quad B. (0; 10); \quad \Gamma. (-\infty; 0) \cup (10; +\infty).$$

7. Знайти точки перегину функції $y = 5x - 10x^2 - x^3$.

Відповідь:

$$A. -3\frac{1}{3}; \quad B. -3; \quad B. \frac{1}{3}; \quad \Gamma. \frac{1}{4}.$$

Варіант 48

1. Знайти похідні:

а) $y = 5 - 4x^3 + 2x^5$.

Відповідь:

$$A. -12x^2 + 2x^4; \quad B. 12x^2 + 10x^4; \quad B. -12x^2 + 10x^4; \quad \Gamma. 5 - 12x^2 + 10x^4.$$

б) $y = x^3 \cdot \ln x$.

Відповідь:

$$A. 3x^2 \ln x; \quad B. 3x^2 \ln x + 3x^2; \quad B. x^2 \ln x + x^2; \quad \Gamma. 3x^2 \ln x + x^2.$$

в) $y = \frac{5^x}{x-4}$.

Відповідь:

$$A. \frac{5^x \ln 5 (x-4) - 5^x}{(x-4)^2}; \quad B. \frac{5^x \ln 5 - 5^x}{(x-4)^2}; \quad B. \frac{5^x (x-4) - 5^x}{(x-4)^2};$$

$$\Gamma. 5^x \ln 5 (x-4) - 5^x.$$

г) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

Відповідь:

$$A. \frac{1}{2\sqrt{x} \cdot (1+x)}; \quad B. \frac{-1}{2\sqrt{x} \cdot \sqrt{1+x}}; \quad B. \frac{-1}{2\sqrt{x} \cdot (1+x)};$$

$$\Gamma. \frac{-1}{2\sqrt{x} \cdot (1+x^2)}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (\sin x)^{\cos x}$.

Відповідь:

$$A. \left(-\sin x \cdot \ln \sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right); \quad B. (\sin x)^{\cos x} \cdot \left(-\sin x \cdot \ln \sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right);$$

$$B. (\sin x)^{\cos x} \cdot \left(\sin x \cdot \ln \sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right); \quad \Gamma. (\sin x)^{\cos x} \cdot (-\sin x \cdot \ln \sin x + \cos^2 x).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $xy + x^2 - y = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{y+2x}{x-1}; \quad B. \frac{-y-2x}{(x-1)^2}; \quad B. \frac{-y-2x}{x-1}; \quad \Gamma. \frac{-2xy}{x-1}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arcsin 2t; \\ y = t^2. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. \frac{2t}{\sqrt{1+4t^2}}; \quad B. t\sqrt{1-4t^2}; \quad B. 2t\sqrt{1-4t^2}; \quad \Gamma. \frac{t}{\sqrt{1-4t^2}}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 2x^3 + x^2$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 6x^2 + 2x; \quad B. y = \frac{1}{8}x + 1; \quad B. y = 8x; \quad \Gamma. y = 8x - 5.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \frac{x-6}{x^2}$.

Відповідь:

$$A. (0; 12); \quad B. (-\infty; 0); \quad B. (12; +\infty); \quad \Gamma. (0; 6).$$

7. Знайти точки перегину функції $y = 1 - 2x^2 - x^3$.

Відповідь:

$$A. \frac{3}{2}; \quad B. 3; \quad B. -\frac{2}{3}; \quad \Gamma. -2.$$

Варіант 49

1. Знайти похідні:

а) $y = 10 - 2x^2 + 4x^3$.

Відповідь:

$$A. -4x + 12x^3; \quad B. 4x + 12x^2; \quad B. -4x + 12x^2; \quad \Gamma. 10 - 4x + 12x^2.$$

б) $y = x^3 \cdot \cos x$.

Відповідь:

$$A. 3x^2 \cos x - x^3 \sin x; \quad B. 3x^2 \cos x - \sin x; \quad B. 3x^2 \sin x; \quad \Gamma. 3x^2 \cos x.$$

в) $y = \frac{3^x}{x+5}$.

Відповідь:

$$A. 3^x \ln 3(x+5) - 3^x; \quad B. \frac{3^x \ln 3(x+5) - 3^x}{(x+5)^2}; \quad B. \frac{3^x \ln 3(x+5) + 3^x}{(x+5)^2};$$

$$Г. \frac{3^x(x+5) - 3^x}{(x+5)^2}.$$

$$г) y = \sqrt{\arctg x}.$$

Відповідь:

$$A. 2\sqrt{\arctg x} \cdot (1+x^2); \quad B. \frac{1}{\sqrt{\arctg x} \cdot (1+x^2)}; \quad B. \frac{1}{2\sqrt{\arctg x}};$$

$$Г. \frac{1}{2\sqrt{\arctg x} \cdot (1+x^2)}.$$

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x+3)^{\cos x}$.

Відповідь:

$$A. \left(-\sin x \ln(x+3) + \frac{\cos x}{x+3} \right); \quad B. (x+3)^{\cos x} \cdot \left(\sin x \ln(x+3) + \frac{\cos x}{x+3} \right);$$

$$B. (x+3)^{\cos x} \cdot \left(-\sin x \ln(x+3) + \frac{\sin x}{x+3} \right);$$

$$Г. (x+3)^{\cos x} \cdot \left(-\sin x \ln(x+3) + \frac{\cos x}{x+3} \right).$$

3. Знайти похідну неявно заданої функції $x^5 y + y^2 x = 0$.

Відповідь:

$$A. \frac{5x^4 y + y^2}{x^5 + 2yx}; \quad B. -5x^4 y + y^2; \quad B. \frac{-5x^4 y + y^2}{x^5 + 2yx}; \quad Г. \frac{-5x^4 y + y^2}{-x^5 - 2yx}.$$

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = \arccos 3t; \\ y = t^3. \end{cases}$

Відповідь:

$$A. -t^2 \sqrt{1-9t^2}; \quad B. \frac{-t^2}{\sqrt{1-9t^2}}; \quad B. -t^2 \sqrt{1-3t^2}; \quad Г. t^2 \sqrt{1-9t^2}.$$

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 3x^2 + 4x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

$$A. y = 10x; \quad B. y = 10x - 3; \quad B. y = \frac{1}{10}x - 3; \quad Г. y = 6x + 4.$$

6. Знайти інтервали зростання функції $y = x^3 \cdot e^x$.

Відповідь:

А. $(-3; 0) \cup (0; +\infty)$; Б. $(-3; 0)$; В. $(0; +\infty)$; Г. $(0; 3)$.

7. Знайти точки перегину функції $y = 3 - 5x^2 - 15x^3$.

Відповідь:

А. 9; Б. 1; В. 3; Г. $\frac{1}{9}$.

Варіант 50

1. Знайти похідні:

а) $y = 2 - 3x^2 + 4x^3$.

Відповідь:

А. $-12x^2 + 6x$; Б. $12x^3 - 6x$; В. $12x^2 - 6x$; Г. $12x^2 - 6x + 2$.

б) $y = x^3 \cdot \operatorname{tg} x$.

Відповідь:

А. $3x^2 \operatorname{tg} x + \frac{x^3}{\cos^2 x}$; Б. $3x^2 \operatorname{tg} x$; В. $3x^2 \operatorname{tg} x + \frac{x^3}{\cos x}$; Г. $3x^2 + \frac{x^3}{\cos^2 x}$.

в) $y = \frac{x-1}{x+4}$.

Відповідь:

А. $\frac{5-x}{(x+4)^2}$; Б. $\frac{x-1}{(x+4)^2}$; В. $\frac{5}{(x+4)^2}$; Г. $\frac{-5}{(x+4)^2}$.

г) $y = \sqrt{\arcsin x}$.

Відповідь:

А. $\frac{1}{2\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}}$; Б. $2\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}$; В. $\frac{1}{\sqrt{\arcsin x} \cdot \sqrt{1-x^2}}$;
Г. $\frac{1}{2\sqrt{\arcsin x} \cdot (1-x^2)}$.

2. За допомогою логарифмування знайти похідну $y = (x+5)^{\sin x}$.

Відповідь:

А. $\left(\cos x \ln(x+5) + \frac{\sin x}{x+5} \right)$; Б. $(x+5)^{\sin x} \cdot \left(\cos x \ln(x+5) + \frac{\sin x}{x+5} \right)$;
В. $(x+5)^{\sin x} \cdot \left(\cos x + \frac{\sin x}{x+5} \right)$; Г. $(x+5)^{\sin x} \cdot \left(\sin x \ln(x+5) + \frac{\sin x}{x+5} \right)$.

3. Знайти похідну неявно заданої функції $\cos y + \sin x + xy = 4$.

Відповідь:

А. $\frac{\cos x + y}{x - \sin y}$; Б. $-\cos x - y$; В. $\frac{-\cos x - y}{x - \sin y}$; Г. $\frac{-\cos x - y + 4}{x - \sin y}$.

4. Знайти похідну параметрично заданої функції $\begin{cases} x = t^2 + 3t; \\ y = t^5. \end{cases}$

Відповідь:

А. $\frac{2t+3}{5t^4}$; Б. $\frac{5t^4}{2t+3}$; В. $\frac{5t}{2t+3}$; Г. $5t^4$.

5. Записати рівняння дотичної в точці: $y = 4x^3 + x$; $x_0 = 1$.

Відповідь:

А. $y = \frac{1}{13}x$; Б. $y = 13x - 8$; В. $y = 12x$; Г. $y = 1$.

6. Знайти інтервали зростання функції $y = \sqrt{x}(x+1)$.

Відповідь:

А. $(-\infty; 0)$; Б. $(0; 1)$; В. $(0; +\infty)$; Г. $(5; +\infty)$.

7. Знайти точки перегину функції $y = x^2 - 6x^3$.

Відповідь:

А. -6 ; Б. 18 ; В. $\frac{1}{18}$; Г. 1 .

ЛІТЕРАТУРА

1. Высшая математика в примерах и задачах : учеб. пособие : в 2 т. Т. 1. / Под ред. Ю. Л. Геворкяна. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2005. – 448 с. – На рус. яз.
2. Геворкян Ю. Л. Краткий курс высшей математики : учеб. пособие в 2-х ч. Ч. 1. / Ю. Л. Геворкян, А. Л. Григорьев, Н. А. Чикина. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2009. – 324 с. – На рус. яз.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до проведення тестового контролю знань з вищої математики за темою
«Диференціальне числення функції однієї змінної»
для викладачів та студентів усіх спеціальностей
факультетів : МТ, МБ, ЕМБ, Е, АП, КІТ, ТОР, ТНР

Укладач ГАЙДАШ Аліна Михайлівна

Відповідальний за випуск Геворкян Ю. Л.

Роботу до видання рекомендувала проф. Курпа Л. В.
В авторській редакції

План пр. № 1 – 2018 р., поз. 17.

Підп. до друку 23.02.2018. Формат 60х84 1/16. Папір офсетний.
Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 3,0.
Наклад 50 прим. Зам. № _____. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХП». 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2.
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 3478 від 21.08.2017 р.

Друкарня НТУ «ХП». 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2.